



Alex Junio Fidelis Lopes

**WEBSITE PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS EM ESTRUTURAS LINEARES  
ISOSTÁTICAS E SEM RÓTULAS**

Votuporanga - SP  
2018



Alex Junio Fidelis Lopes

**WEBSITE PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS EM ESTRUTURAS LINEARES  
ISOSTÁTICAS E SEM RÓTULAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do curso superior em Engenharia Civil do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, Câmpus Votuporanga.

Orientação: Prof. M.e Gustavo Cabrelli Nirschl

Votuporanga - SP

2018

## FICHA CATALOGRÁFICA

L864w Lopes, Alex Junio Fidelis, 1995-  
Website para cálculo de esforços em estruturas lineares isostáticas e sem rótulas / Alex Junio Fidelis Lopes – Votuporanga, 2018.  
71 p. : il.; 29,8 cm.  
Bibliografia: p. 71

Orientador: Gustavo Cabrelli Nirschl  
Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Civil) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, 2018.

1. Engenharia de estruturas. 2. Análise estrutural (Engenharia) – Modelos matemáticos. 3. Estruturas isostáticas. 4. Sites da Web – Desenvolvimento. I. Título.

CDD – 624.1710285

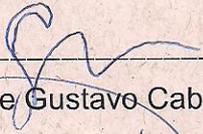
Alex Junio Fidelis Lopes

**WEBSITE PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS EM ESTRUTURAS LINEARES  
ISOSTÁTICAS E SEM RÓTULAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do curso superior em Engenharia Civil do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, Câmpus Votuporanga.

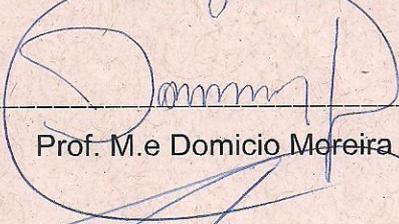
Aprovado pela banca examinadora em 19 de outubro de 2018

**BANCA EXAMINADORA:**



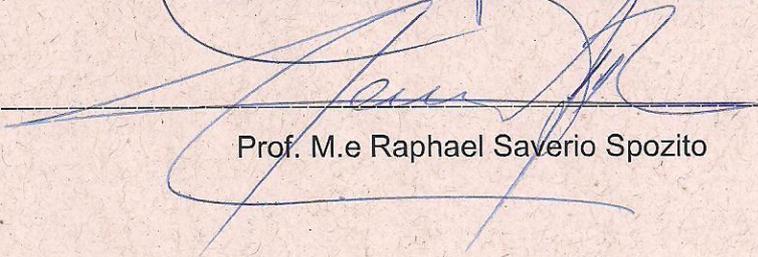
---

Prof. M.e Gustavo Cabrelli Nirschl



---

Prof. M.e Domicio Moreira da Silva Junior



---

Prof. M.e Raphael Saverio Spozito



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus que me guiou pela minha graduação e permitiu que esse trabalho fosse concluído.

Meus agradecimentos a minha família e minha namorada, que estiveram ao meu lado durante essa jornada dando todo apoio e força necessária para eu seguir firme na minha graduação e aos amigos e companheiros da faculdade, que fizeram parte da minha formação.

Ao Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo, campus Votuporanga, pela oportunidade de cursar Engenharia Civil, de maneira que pude encontrar recursos necessários para alcançar todas as minhas metas.

Aos meus professores por toda dedicação e conhecimento proporcionado, com tamanha sabedoria, que me fizeram evoluir e crescer profissionalmente.

E por fim ao meu orientador, Mestre Gustavo Cabrelli Nirschl, por todo empenho e dedicação a este trabalho, meus sinceros agradecimentos.



## RESUMO

Existem inúmeros programas de computador que realizam quase todos os cálculos de engenharia civil. Normalmente, tais programas exibem apenas os resultados finais ou alguns passos para se chegar até eles. Cabe ao engenheiro civil interpretar e aplicar os resultados da melhor maneira possível, motivo pelo qual foi desenvolvido e está aqui apresentado um módulo de um *website* para cálculo de esforços de força normal, cortante e momento fletor para estruturas isostáticas, lineares e sem rótulas, de maneira que demonstre toda a rotina de cálculo empenhada durante os processos. A obtenção de tais valores de esforços é importante para os processos de dimensionamento de estruturas de concreto armado, protendido, madeira e aço. Para a criação do ambiente foi empregada a linguagem de programação HTML/Javascript. A página fica hospedada em site de um grupo de pesquisa (Núcleo de Engenharia Virtual e Experimental - NEVE). De maneira geral, o *website* pretende ser uma opção de ambiente de estudo para disciplinas do curso de Engenharia Civil.

**Palavras-Chave:** Esforços. Estruturas. *Website*. Rotina de cálculo.



## **ABSTRACT**

There are numerous software that perform almost all civil engineering calculations. Typically, such programs only display the final results or a few steps to get to them. It is up to the civil engineer to interpret and apply the results in the best possible way, which is why a module of a website for calculation of axial force, shear force and bending moment forces for isostatic, linear and non-hinged structures was developed, way that demonstrates the entire calculation routine committed during the processes. The achievement of such forces values is important for the design processes of reinforced, prestressed, timber and steel structures. For the creation of the environment was used the programming language HTML / Javascript. The webpage is hosted on the website of a research group (Virtual and Experimental Engineering Nucleus - NEVE). In general, the website intends to be a study environment option for Civil Engineering courses.

**Keywords:** Internal Forces. Structures. Website. Routine calculation.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Viga isostática a ser submetida ao cálculo de esforços .....	19
Figura 2 - Convenção das reações de apoio.....	20
Figura 3 - Ações e reações presentes na viga .....	21
Figura 4 - Convenção de sinais para vigas .....	21
Figura 5 - Aplicação de convenções no nó A .....	22
Figura 6 - Aplicação de convenções no nó B à esquerda .....	22
Figura 7 - Aplicação de convenções no nó B à direita .....	23
Figura 8 - Pórtico isostático a ser submetido ao cálculo de esforços .....	23
Figura 9 - Convenção das reações .....	24
Figura 10 - Ações e reações presentes no pórtico .....	25
Figura 11 - Aplicação de convenções no nó B .....	25
Figura 12 - Aplicação de convenções no nó C .....	26
Figura 13 - Exemplo de linhas de código de uma função JavaScript .....	27
Figura 14 - Página inicial do IFESTRUT .....	33
Figura 15 - Comandos do IFESTRUT para desenhar uma barra.....	34
Figura 16 - IFESTRUT: Inserir vínculos em barra .....	34
Figura 17 - IFESTRUT: Inserir ações .....	35
Figura 18 - IFESTRUT: Acionamento do módulo de cálculo de esforços .....	35
Figura 19 – Alerta do IFESTRUT quando estrutura não isostática é desenhada .....	37
Figura 20 - Fluxograma de funções para cálculo das reações .....	38
Figura 21 - Tela de resultados do IFESTRUT e botões para cálculo de esforços e geração de relatório .....	39
Figura 22 - Alerta do IFESTRUT para requerimento da fração do vão na qual se deseja obter os esforços.....	40
Figura 23 - Alerta do IFESTRUT para escolha do nó referente ao lado da estrutura escolhido para análise .....	40
Figura 24 - Fluxograma: funções internas para cálculo dos esforços em estruturas isostáticas não rotuladas.....	41
Figura 25 - Viga desenhada no IFESTRUT, de acordo com os procedimentos descritos no item 5.1 .....	45
Figura 26 - Reações de apoio mostradas após selecionada a função “ESFORÇOS EM VIGA OU PÓRTICO ISOSTÁTICO” .....	45

Figura 27 - Alerta do IFESTRUT para requerimento da fração do vão na qual se deseja obter os esforços, depois de selecionado “CALCULAR ESFORÇOS EM UM PONTO” .....	46
Figura 28 - Alerta do IFESTRUT para escolha do nó referente ao lado da estrutura escolhido para análise, depois de selecionado “OK” na figura anterior	46
Figura 29 - Marcação em “X” do ponto cujos esforços se deseja obter .....	46
Figura 30 - Valores dos esforços.....	47
Figura 31 - Página 1 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra calculados pelo lado do nó 0 .....	48
Figura 32 - Página 2 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra calculados pelo lado do nó 0 .....	49
Figura 33 - Página 3 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra calculados pelo lado do nó 0 .....	50
Figura 34 - Diagrama de momento fletor para viga do exemplo 1.....	51
Figura 35 - Diagrama de força cortante para viga do exemplo 1.....	51
Figura 36 - Diagrama de força normal para viga do exemplo 1.....	51
Figura 37 - Viga desenhada no IFESTRUT.....	52
Figura 38 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios.....	52
Figura 39 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 0, pelo lado do nó 0 .....	52
Figura 40 - Viga desenhada no IFESTRUT.....	53
Figura 41 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios.....	53
Figura 42 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 0, pelo lado do nó 0 .....	54
Figura 43 - Viga desenhada no IFESTRUT.....	55
Figura 44 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios.....	55
Figura 45 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 0, pelo lado do nó 0 .....	56
Figura 46 - Página 1 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra 0 calculados pelo lado do nó 0 .....	57
Figura 47 - Página 2 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da	

barra 0 calculados pelo lado do nó 0 .....	58
Figura 48 - Página 3 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra 0 calculados pelo lado do nó 0 .....	59
Figura 49 - Página 4 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra 0 calculados pelo lado do nó 0 .....	60
Figura 50 - Página 5 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra 0 calculados pelo lado do nó 0 .....	61
Figura 51 - Pórtico desenhado no IFESTRUT .....	63
Figura 52 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios .....	63
Figura 53 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 2, pelo lado do nó 2 .....	64
Figura 54 - Pórtico desenhado no IFESTRUT .....	64
Figura 55 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios .....	65
Figura 56 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 2, pelo lado do nó 2 .....	65
Figura 57 - Pórtico desenhado no IFESTRUT .....	66
Figura 58 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios .....	66
Figura 59 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 2, pelo lado do nó 2 .....	67
Figura 60 - Pórtico desenhado no IFESTRUT .....	67
Figura 61 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios .....	68
Figura 62 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 2, pelo lado do nó 2 .....	68



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>17</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>19</b>
2.1 CÁLCULO DE ESFORÇOS PELO MÉTODO DAS SEÇÕES EM UMA VIGA ....	19
2.2 CÁLCULO DE ESFORÇOS PELO MÉTODO DAS SEÇÕES EM PÓRTICO .....	23
2.3 LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO: HTML.....	26
2.4 LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO: <i>JAVASCRIPT</i> .....	27
2.5 PROGRAMAS EXISTENTES NA MESMA LINHA DE PESQUISA .....	28
<b>3 OBJETIVOS</b> .....	<b>29</b>
<b>4 JUSTIFICATIVA</b> .....	<b>31</b>
<b>5 METODOLOGIA</b> .....	<b>33</b>
5.1 <i>WEBSITE</i> PARA DESENHO DAS ESTRUTURAS .....	33
5.2 LINGUAGENS DE PROGRAMAÇÃO UTILIZADAS.....	36
5.3 FUNCIONAMENTO INTERNO DO MÓDULO (ALGORITMOS) .....	37
5.4 RELATÓRIO EM PDF .....	42
5.5 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS.....	43
<b>6 RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>45</b>
6.1 APRESENTAÇÃO E FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA.....	45
6.2 EXEMPLOS NUMÉRICOS.....	47
6.2.1 Exemplo 1 (Figura 31 a Figura 36): .....	48
6.2.2 Exemplo 2 (Figura 37 a Figura 39): .....	52
6.2.3 Exemplo 3 (Figura 40 a Figura 42): .....	53
6.2.4 Exemplo 4 (Figura 43 a Figura 45): .....	55
6.2.5 Exemplo 5 (Figura 46 a Figura 50): .....	57
6.2.6 Exemplo 6 (Figura 51 a Figura 53): .....	63
6.2.7 Exemplo 7 (Figura 54 a Figura 56) .....	64
6.2.8 Exemplo 8 (Figura 57 a Figura 59): .....	66
6.2.9 Exemplo 9 (Figura 60 a Figura 62): .....	67
<b>7 CONCLUSÕES</b> .....	<b>69</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>71</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Sabe-se que novas tecnologias vêm surgindo em substituição ou complementação a diferentes métodos que antes eram realizados de maneira mais dispendiosa. No âmbito da Engenharia Civil, surgiram novas ferramentas computacionais para automação do dimensionamento de estruturas e realização de projetos hidráulicos e elétricos. Neste contexto, muitos programas de computador apresentam apenas alguns passos dos cálculos efetuados ou simplesmente mostram os resultados finais.

Como premissa básica de mostrar todas as etapas desenvolvidas para obtenção de resultados, este trabalho buscou desenvolver um módulo de um programa hospedado em um *website* voltado para o cálculo de esforços em estruturas lineares isostáticas não rotuladas, que utiliza um ambiente de desenho criado por Santos Junior, Lopes e Nirschl (2016). O referido ambiente é voltado para desenhar estruturas lineares, inserir vinculações (apoio fixo e móvel, engaste e rótula) e inserir carregamentos (momento concentrado, carga concentrada e carga distribuída) sem realizar nenhum cálculo estrutural.

O módulo desenvolvido e apresentado neste trabalho torna possível, a partir de uma estrutura isostática não rotulada, calcular reações de apoio e esforços de força normal, cortante e momento fletor num ponto. O trabalho segue as premissas de um grupo de pesquisa chamado Núcleo de Engenharia Virtual e Experimental (NEVE) do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Estado de São Paulo (IFSP) – Campus Votuporanga, cadastrado no Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), que visa a desenvolver programas educacionais voltados para a Engenharia Civil, sendo composto por docentes e discentes que realizam pesquisas de iniciação científica.



## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

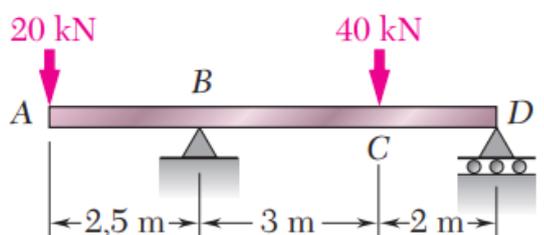
As seções desse capítulo tratam das fundações e embasamentos teóricos relacionados aos cálculos de esforços (esforço normal, esforço cortante e momento fletor) em estruturas lineares isostáticas e não rotuladas, apresentando dois exemplos de aplicação.

Além disso, apresentam-se as linguagens de programação utilizadas no desenvolvimento do módulo do programa objeto deste trabalho.

### 2.1 CÁLCULO DE ESFORÇOS PELO MÉTODO DAS SEÇÕES EM UMA VIGA

A teoria base para este trabalho é a teoria clássica de resolução de estruturas isostáticas, ou seja, o Método das Seções, que consiste em seccionar a estrutura em dois lados, exatamente no ponto que deseja obter valores de esforços e escolher qual dos lados irá considerar no equilíbrio de forças a ser feito. Essa teoria, é encontrada, por exemplo, em Beer et al. (2011). O autor mostra a estrutura a seguir (figura 1), com o cálculo de grau de hiperestaticidade, reações de apoio e valores dos esforços de momento e cortante para determinadas seções.

**Figura 1 - Viga isostática a ser submetida ao cálculo de esforços**



Fonte: Beer et al. (2011, p. 332).

Solução:

Como convenção, inicia-se considerando as reações verticais para cima positivas e horizontais para a direita positivas (Figura 2).

**Figura 2 - Convenção das reações de apoio**

Fonte: elaborado pelo autor (2018).

Para estruturas lineares não rotuladas e abertas, o cálculo do grau de hiperestaticidade (GH) resume-se a:

$$GH = R - 3 \quad (1)$$

Em que (R) corresponde ao somatório do número de reações de todos os vínculos. Temos que cada engaste possui 3 reações (vertical, horizontal e momento fletor); cada apoio fixo possui 2 reações (vertical e horizontal); e cada apoio móvel 1 reação (vertical).

Se GH for igual a zero, tem-se uma estrutura isostática; se GH for menor que zero, a estrutura é hipostática; e se GH for maior que zero, a estrutura é classificada como hiperestática.

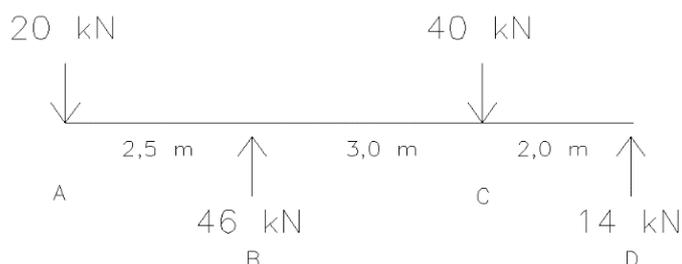
Logo, para a barra em questão, a partir da equação (1),  $GH = (2+1) - 3 = 0$ , a estrutura é isostática. Para o cálculo das reações nos apoios (apoio fixo no nó B e apoio móvel no nó D), teremos (considerando eixo x a direção horizontal e eixo y a direção vertical):

$$\sum F_x = 0 \text{ (adotando positivo para a direita)} \rightarrow HB = 0$$

$$\sum M_B = 0 \text{ (adotando NÓ "B" e positivo no sentido anti-horário)} \rightarrow VB \cdot 0 + VD \cdot 5 + 20 \cdot 2,5 - 40 \cdot 3 = 0 \rightarrow VD = 70/5 \rightarrow VD = 14 \text{ kN}$$

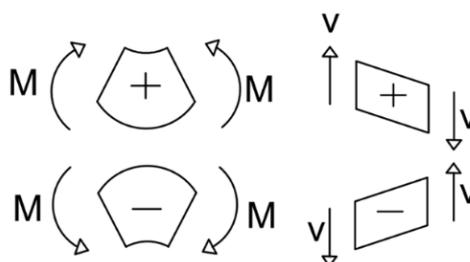
$$\sum F_y = 0 \text{ (adotando positivo para cima)} \rightarrow VB + VD - 20 - 40 = 0 \rightarrow VB + VD = 60 \text{ kN} \rightarrow VB = 46 \text{ kN}$$

Os resultados estão na Figura 3.

**Figura 3 - Ações e reações presentes na viga**

Fonte: elaborado pelo autor (2018).

Para o cálculo dos esforços em vigas, usa-se a convenção da Figura 4, considerando “M” como momento fletor e “V” como esforço cortante.

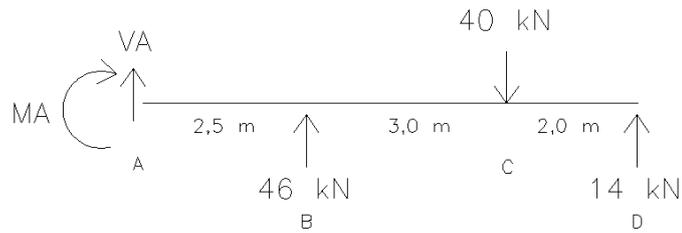
**Figura 4 - Convenção de sinais para vigas**

Fonte: adaptado pelo autor (2018).

Segue o cálculo dos esforços, por meio do Método das Seções já citado, em dois pontos, como exemplo.

#### ESFORÇOS NO NÓ A – CONSIDERANDO A ESTRUTURA À DIREITA:

Quando não há momento ou ação vertical concentrada no ponto em análise, os valores calculados considerando a estrutura à direita ou à esquerda são iguais. No caso de forças ou momento concentrados, deve-se calcular pelos 2 lados, sendo que a soma dos valores de cada lado é exatamente o valor da força ou momento concentrado naquele ponto. As convenções de sinal estão na Figura 5.

**Figura 5 - Aplicação de convenções no nó A**

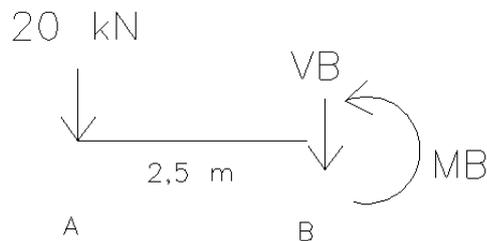
Fonte: elaborado pelo autor (2018).

$$\sum M_A = 0 \rightarrow MA - 46 \cdot 2,5 + 40 \cdot 5,5 - 14 \cdot 7,5 = 0 \rightarrow MA = 0.$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow VA + 46 + 14 - 40 = 0 \rightarrow VA = -20 \text{ kN}$$

ESFORÇOS NO NÓ B – CONSIDERANDO A ESTRUTURA À ESQUERDA:

As convenções de sinal estão na Figura 6.

**Figura 6 - Aplicação de convenções no nó B à esquerda**

Fonte: elaborado pelo autor (2018).

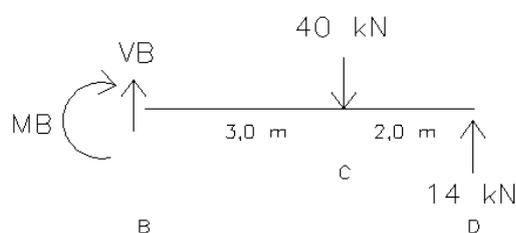
$$\sum M_B = 0 \rightarrow -MB - 20 \cdot 2,5 = 0 \rightarrow MB = -50 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -VB - 20 = 0 \rightarrow VB = -20 \text{ kN}$$

ESFORÇOS NO NÓ B – CONSIDERANDO A ESTRUTURA À DIREITA:

As convenções de sinal estão na Figura 7.

**Figura 7 - Aplicação de convenções no nó B à direita**



Fonte: elaborado pelo autor (2018).

$$\sum M_B = 0 \rightarrow MB + 40 \cdot 3 - 14 \cdot 5 = 0 \rightarrow MB = -50 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

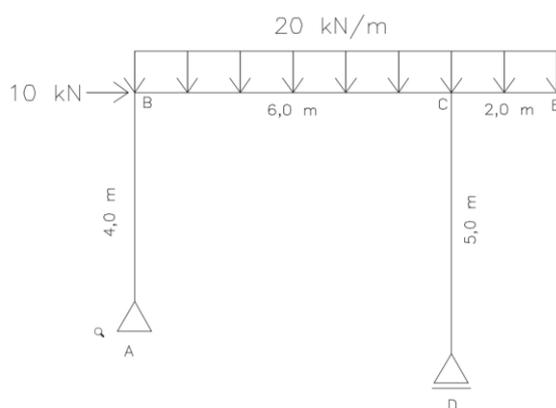
$$\sum F_y = 0 \rightarrow VB + 14 - 40 = 0 \rightarrow VB = 26 \text{ kN}$$

Como era esperado, os valores de MB encontrados pelos dois lados são iguais devido à ausência de um momento concentrado no nó B. Em relação aos dois valores das cortantes VB encontradas, a soma das duas, consiste em exatamente ao valor da ação de 46 kN no qual o nó B já estava submetido.

## 2.2 CÁLCULO DE ESFORÇOS PELO MÉTODO DAS SEÇÕES EM PÓRTICO

A partir do método das seções, calculam-se os esforços (momento fletor e força cortante) para o pórtico da Figura 8, conforme exemplo extraído de Soriano (2014).

**Figura 8 - Pórtico isostático a ser submetido ao cálculo de esforços**

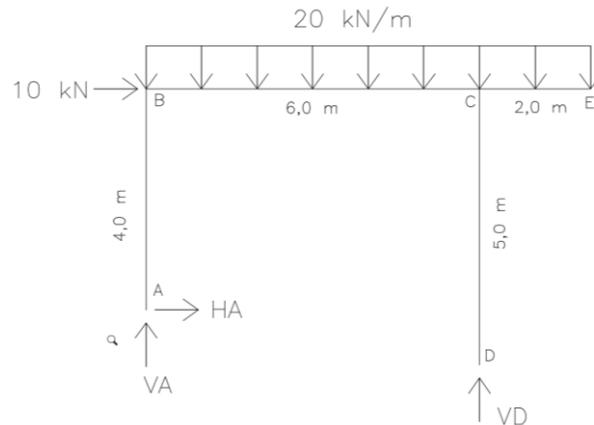


Fonte: adaptado pelo autor (2018).

Solução:

Como convenção inicia-se considerando as reações verticais para cima e horizontais para a direita positivas (Figura 9).

**Figura 9 - Convenção das reações**



Fonte: elaborado pelo autor (2018).

Para o pórtico em questão a partir da equação (1):  $GH = (2+1) - 3 = 0 \rightarrow$  estrutura isostática.

Para o cálculo das reações nos apoios (apoio fixo NÓ "A" e apoio móvel NÓ "D") teremos (considerando eixo x a direção horizontal e eixo y a direção vertical):

$\sum F_x = 0$  (adotando positivo para a direita)  $\rightarrow HA + 10 = 0 \rightarrow HA = -10$  kN (inverso do que foi condicionado)

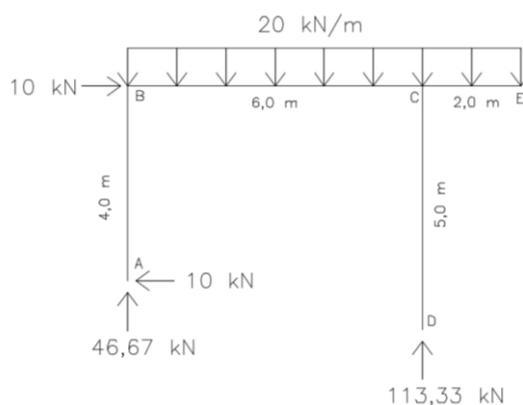
$\sum M_A = 0$  (adotando NÓ "A" e positivo no sentido horário)  $\rightarrow -VA \cdot 0 - VD \cdot 6 + 10 \cdot 4 + 20 \cdot 6 \cdot 3 + 20 \cdot 2 \cdot 7 = 0 \rightarrow VD = 680/6 \rightarrow VD = 113,33$  kN

$\sum F_y = 0$  (adotando positivo para baixo)  $\rightarrow -VA - VD + 20 \cdot 6 + 20 \cdot 2 = 0 \rightarrow VA + VD = 160$  kN

$VA + 113,33 = 160 \rightarrow VA = 46,67$  kN.

A Figura 10 mostra o resultado.

**Figura 10 - Ações e reações presentes no pórtico**



Fonte: elaborado pelo autor (2018).

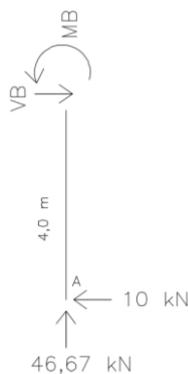
Segue exemplo do cálculo dos esforços por meio do método das seções em dois pontos.

A convenção de sinais para os pórticos é esforço normal positivo na tração e esforço cortante positivo girando a barra no sentido horário (como nas vigas). Para os momentos nos pórticos, pode-se dizer que, na Engenharia Civil, o mais praticado é utilizar qualquer sentido de momento fletor para os cálculos e desenhar o diagrama de momento sempre no lado tracionado.

**ESFORÇOS NO NÓ B – CONSIDERANDO A ESTRUTURA À ESQUERDA:**

As convenções de sinal estão na Figura 11.

**Figura 11 - Aplicação de convenções no nó B**



Fonte: elaborado pelo autor (2018).

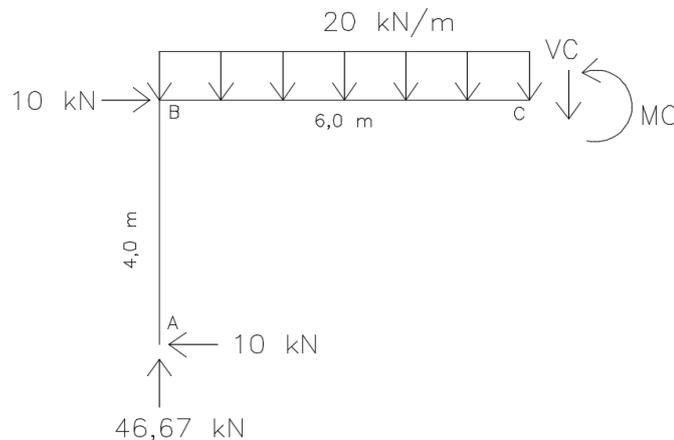
$$\sum M_B = 0 \rightarrow -MB + 10 \cdot 4 = 0 \rightarrow MB = 40 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 10 - VB = 0 \rightarrow VB = 10 \text{ kN}$$

ESFORÇOS NO NÓ C – CONSIDERANDO A ESTRUTURA À ESQUERDA:

As convenções de sinal estão na Figura 12.

**Figura 12 - Aplicação de convenções no nó C**



Fonte: elaborado pelo autor (2018).

$$\sum M_c = 0 \rightarrow -MC + 46,67 \cdot 6 + 10 \cdot 4 - 20 \cdot 6 \cdot 3 = 0 \rightarrow MC = -40 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -VC + 46,67 - 20 \cdot 6 = 0 \rightarrow VC = -73,33 \text{ Kn}$$

### 2.3 LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO: HTML

Uma das linguagens de programação utilizadas para a criação do módulo de *website* aqui apresentado foi a HTML. Segundo Silva (2008), HTML é a sigla em inglês para *HyperText Markup Language* que em português significa linguagem de marcação de hipertexto. Pode-se definir hipertexto como textos da internet que se interligam uns aos outros por meio de links.

HTML é o formato padrão para criação de *sites* da internet. Com essa linguagem pode-se criar a aparência do *website*, inserindo um título, um botão, uma caixa de texto, um parágrafo, entre outros, através de *tags*, que segundo Tissato (2011), são etiquetas que determinam a estrutura do texto contido.

Em um *website* pode haver outras linguagens interagindo com o HTML. No caso da pesquisa em questão, utiliza-se também *JavaScript* que, de maneira geral, está relacionado ao comportamento da página ao executar um componente do HTML, como por exemplo, clique de botão.

## 2.4 LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO: JAVASCRIPT

*JavaScript* é uma linguagem de programação utilizada para dar funcionalidades para os componentes do código HTML. Por exemplo, pode-se ler e salvar numa variável o número que foi digitado pelo usuário dentro de uma caixa de texto criada em HTML. Após isso, a linguagem utiliza, por exemplo, *loops* e condicionais, para realização dos cálculos, normalmente dentro de funções. Flanagan (2013) cita que uma função é um conjunto de códigos *JavaScript* que se pode chamar repetidamente.

Para exemplificar, mostra-se, na Figura 13, uma função que fornece um valor de coordenadas *x* de um ponto presente em uma figura geométrica que sofreu um giro. Temos na figura abaixo os seguintes elementos considerados mais importantes:

- *angulox*: nome da função;
- *angulo*: identificação de uma caixa de texto *input* vinda do HTML;
- *ccx* e *ccy*: parâmetros utilizados;
- *ncoordx*: valor de retorno da função.

Dessa forma, ao se declarar “function *angulox* (*ccx*,*ccy*)” nas linhas de código, teremos como retorno, “*ncoordx*”, que, no exemplo abaixo, se trata de um número.

**Figura 13 - Exemplo de linhas de código de uma função JavaScript**

```
461 function angulox (ccx,ccy) {
462     ang = document.getElementById("angulo").value;
463     ang=Number(ang);
464     angr=(ang/180)*(Math.PI)
465     cos=Math.cos(angr)
466     sen=Math.sin(angr)
467     ncoordx=(ccx*cos+ccy*sen);
468     return ncoordx;
```

Fonte: elaborado pelo autor, a partir do Notepad ++ (2018).

Todos os desenhos realizados em tela de desenho são feitos por meio de um elemento de marcação HTML chamado de *canvas* (o termo significa “tela”, em inglês). O *canvas* nada mais é do que um espaço em branco utilizado para desenho gráfico via linguagem de script. Nele podem ser desenhadas linhas, formas geométricas e textos.

Adicionar uma tag <canvas> a um documento HTML5 exibirá apenas um retângulo de cor sólida, com largura e altura definidas como atributo da tag. Para compor e empilhar imagens, adicionar texto, efeitos, vídeos e animações sobre ele, utiliza-se a linguagem JavaScript. (SOUSA, 2014, p. 2)

## 2.5 PROGRAMAS EXISTENTES NA MESMA LINHA DE PESQUISA

Na mesma linha de pesquisa deste trabalho (análise de estruturas), citam-se a seguir outros programas ou *sites*.

O Ftool (2017) é um *software* gratuito voltado para análise estrutural de estruturas planas. Diferentemente do programa objeto dessa pesquisa, com o Ftool (2017), podem-se também calcular esforços em estruturas hiperestáticas e em estruturas que possuam ligações rotuladas e apoios inclinados. Contudo, o *software* não exibe relatório detalhado dos cálculos.

O VIGA Online (2018) é um *website* para cálculo de reações nos apoios e diagramas de esforços em vigas isostáticas não rotuladas. É possível com ele gerar relatório dos cálculos na própria página de entrada de dados. Diferentemente do programa objeto dessa pesquisa, ele não calcula esforços em pórticos ou barras inclinadas e realiza o desenho dos diagramas dos esforços.

### 3 OBJETIVOS

Objetivo geral:

O trabalho apresentado teve por objetivo desenvolver um módulo de *website* voltado para o cálculo de esforços.

Objetivos específicos:

Desenvolver algoritmos que sejam capazes de:

- calcular o grau de hiperestaticidade de uma estrutura linear, aberta e sem rótulas;
- caso a estrutura seja isostática, prosseguir com os cálculos das reações nos apoios e dos esforços num ponto da estrutura; e
- desenvolver funções para geração de relatório em PDF de todos os processos de cálculo envolvidos, de maneira didática.



## 4 JUSTIFICATIVA

Sabe-se que muitos programas de computador, especificamente na área de análise de estruturas, apresentam apenas alguns passos dos cálculos efetuados. Pode-se citar como exemplo o Ftool (2017), um programa de análise estrutural, e o TQS (2015), sobre dimensionamento de concreto armado. Este último é um programa bastante utilizado comercialmente e apresenta relatório bem detalhado na parte do dimensionamento, mas com menor ênfase na questão da análise estrutural.

Neste contexto, o que se pretende com o programa objeto deste trabalho é principalmente mostrar ao usuário todos os passos envolvidos nos cálculos das reações e dos esforços em estruturas lineares isostáticas não rotuladas.

Para o usuário estudante, o possível benefício é que os métodos utilizados estão discriminados, explicados e exemplificados, podendo servir como ferramenta de estudo e interpretação de exercícios.

Para o usuário engenheiro, é possível compreender e interpretar resultados de maneira que o projeto estrutural possa ser desenvolvido e/ou executado de maneira mais adequada.

A viabilidade executiva potencializa-se porque a compreensão de tais resultados acontece de maneira mais rápida. Tendo valores e dados documentados em uma rotina de cálculo, torna-se mais fácil entender os parâmetros críticos aos quais uma estrutura está submetida e torna-se menos dispendioso conhecer os limites que certas dimensões estruturais podem chegar, de acordo com restrições feitas ao projeto.



## 5 METODOLOGIA

Neste capítulo serão abordados os métodos utilizados para a criação do módulo de programa hospedado em *website* objeto deste trabalho.

### 5.1 WEBSITE PARA DESENHO DAS ESTRUTURAS

O módulo de programa citado nesse trabalho foi desenvolvido como um módulo de um ambiente de desenho, batizado posteriormente de IFESTRUT, criado em pesquisas de iniciação científica por Santos Junior, Lopes e Nirschl (2016).

É possível com esse ambiente:

- desenhar estruturas em uma tela de desenho;
- utilizar ferramentas de *zoom* e *pan* da estrutura;
- verificar continuidade da estrutura;
- inserir ações (força distribuída, força concentrada e momento concentrado) na estrutura; e
- inserir vínculos em nós da estrutura (apoio fixo, apoio móvel, engaste e rótula), além da possibilidade de se inserir apoio contínuo em uma barra, simulando uma base elástica.

A Figura 14 mostra a página inicial do IFESTRUT.

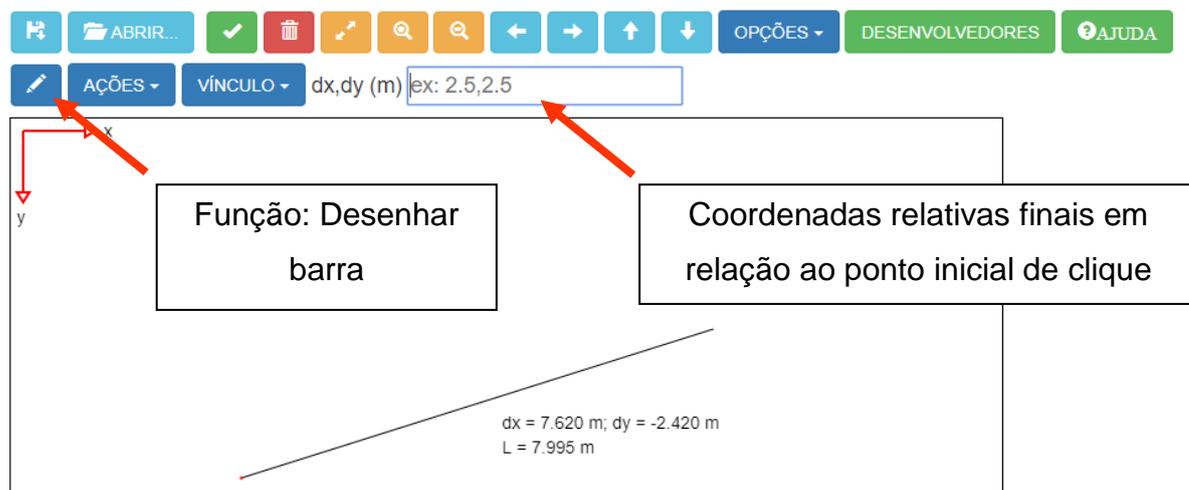
**Figura 14 - Página inicial do IFESTRUT**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

A Figura 15 mostra os comandos do IFESTRUT para desenhar barra.

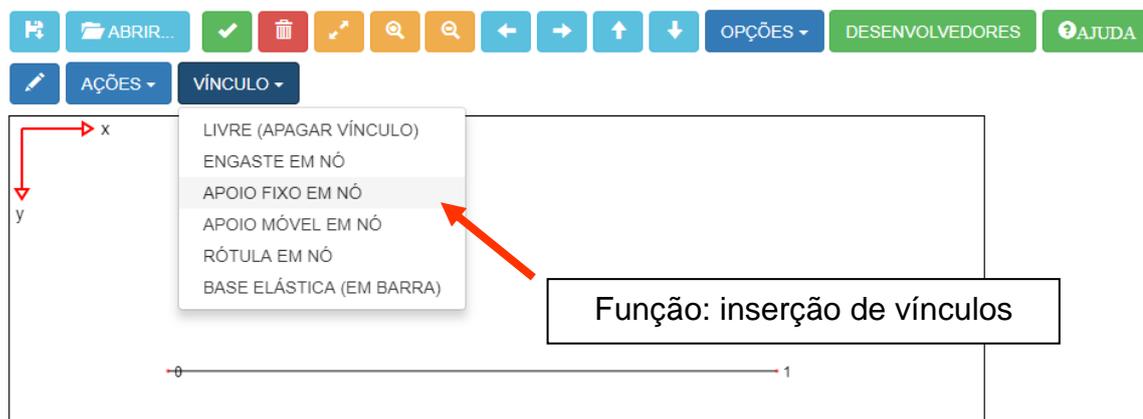
**Figura 15 - Comandos do IFESTRUT para desenhar uma barra**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

A Figura 16 mostra os comandos do IFESTRUT para inserir vínculos.

**Figura 16 - IFESTRUT: Inserir vínculos em barra**

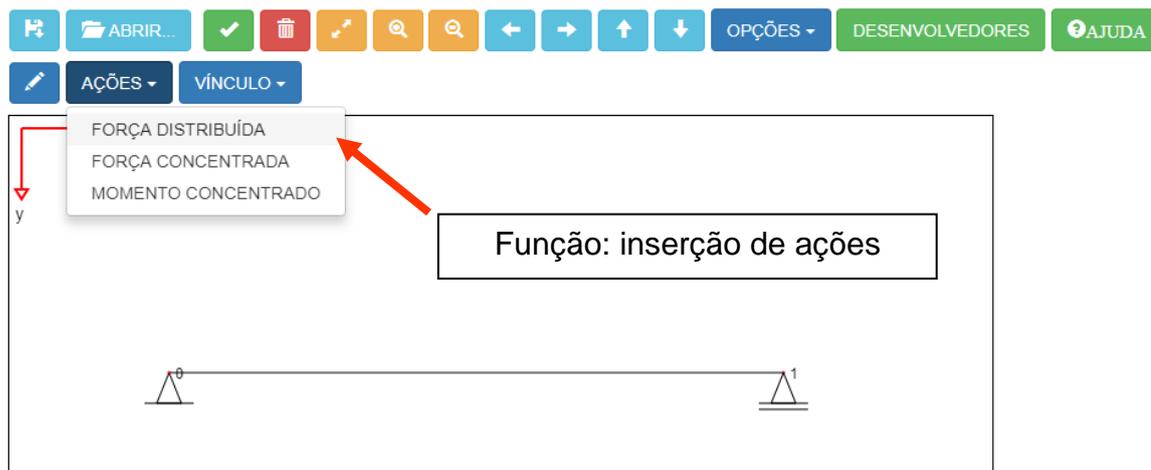


Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

É possível inserir vínculos inclinados no ambiente, mas para o módulo apresentado neste trabalho, serão admitidos apenas vínculos sem angulação.

A Figura 17 mostra os comandos do IFESTRUT para inserir ações.

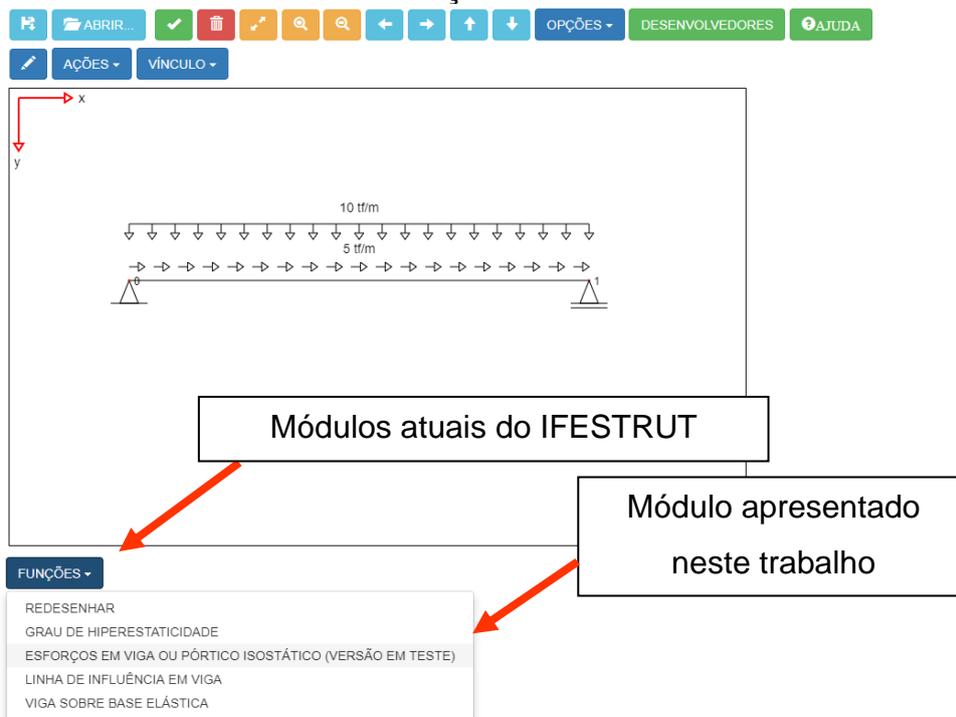
**Figura 17 - IFESTRUT: Inserir ações**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

A Figura 18 apresenta um exemplo de estrutura desenhada, que serve como entrada de dados para o módulo desenvolvido para esse trabalho, que calcula os esforços em um ponto.

**Figura 18 - IFESTRUT: Acionamento do módulo de cálculo de esforços**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

## 5.2 LINGUAGENS DE PROGRAMAÇÃO UTILIZADAS

Para o desenvolvimento do módulo de programa apresentado neste trabalho, foram utilizadas as linguagens HTML e *JavaScript*, descritas anteriormente no item sobre fundamentação teórica.

A HTML foi escolhida porque torna o acesso mais fácil ao usuário, sendo necessário apenas um *software* de navegação com acesso à internet instalado em um computador. Desta forma, todos os programas do grupo de pesquisa no qual o IFESTRUT faz parte são hospedados em uma página da internet do site do IFSP – Campus Votuporanga (<http://vtp.ifsp.edu.br/nev/>).

O *JavaScript* foi escolhido para dar funcionalidade ao programa, assim como nos demais *websites* do grupo de pesquisa, devido ao fato de ser uma linguagem conhecida pelos orientadores do grupo.

O NotePad++(2018) foi escolhido como editor de código fonte para os desenvolvimentos devido ao fato de ser gratuito e de fácil compreensão.

Todos os ícones dos botões do *website*, foram incorporados por meio de uma biblioteca em *JavaScript* online de código aberto em Bootstrap (2018).

O relatório PDF gerado pelo programa utiliza-se da biblioteca *JavaScript* Pdfmake (2017). Por meio dessa biblioteca, arquivos PDF podem ser gerados e abertos diretamente no navegador, sendo possível inserir títulos, parágrafos, colunas, tabelas e até um *canvas* (espaço para desenho) próprio. Não é possível inserir textos dentro da tela de desenho (*canvas*), diferentemente do que ocorre com *JavaScript*. Como adaptação, os textos são inseridos sobre o desenho, sem qualquer vínculo entre eles, por meio das coordenadas da folha. É válido destacar que, o Pdfmake (2017) gera uma quebra de página automática quando o desenho dentro do *canvas* é maior que o espaço disponível na página. Porém, neste caso, os textos não acompanhariam esta quebra gerando uma desconexão entre os textos e o desenho. A solução encontrada foi iniciar todos os desenhos dentro do PDF após uma quebra de página forçada anteriormente englobando textos e *canvas*.

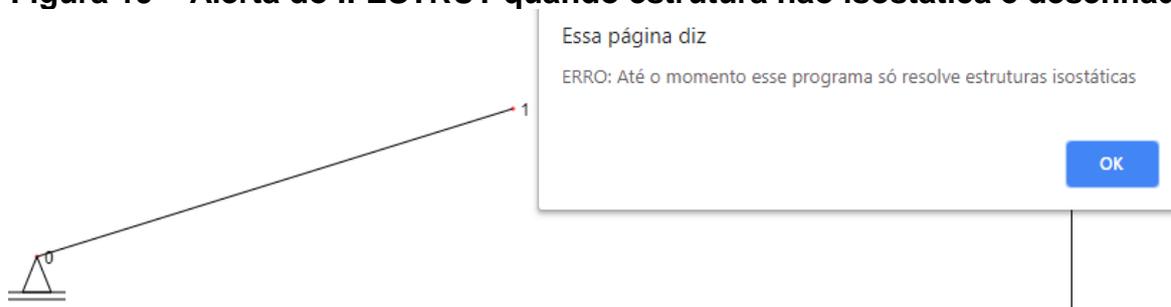
### 5.3 FUNCIONAMENTO INTERNO DO MÓDULO (ALGORITMOS)

Inicialmente, o desenho feito no ambiente gráfico tem armazenado na memória, entre outras, as seguintes informações utilizadas no módulo aqui apresentado:

- coordenadas  $x$  e  $y$  de todos os nós (em metro, com origem no canto superior esquerdo da tela de desenho);
- incidências dos nós de todas barras (por exemplo, uma barra tem nós 1 e 2, ou 3 e 5, etc.);
- números dos nós que possuem alguma ação (carga distribuída, carga concentrada ou momento concentrado);
- números dos nós que possuem algum vínculo;
- valores das ações já com respectivo sinal e
- unidades de medida das ações.

Após o clique do botão “ESFORÇOS EM VIGA OU PÓRTICO ISOSTÁTICO” assim como na Figura 18, tem-se o acionamento da função “fdiagiso()” que inicialmente verifica o grau de hiperestaticidade da estrutura, para posteriormente calcular reações de apoio e esforços em um ponto. Caso tenhamos uma estrutura hiperestática ou hipostática, o programa não tem início aos cálculos, e informa ao usuário a situação assim como é mostrado na Figura 19.

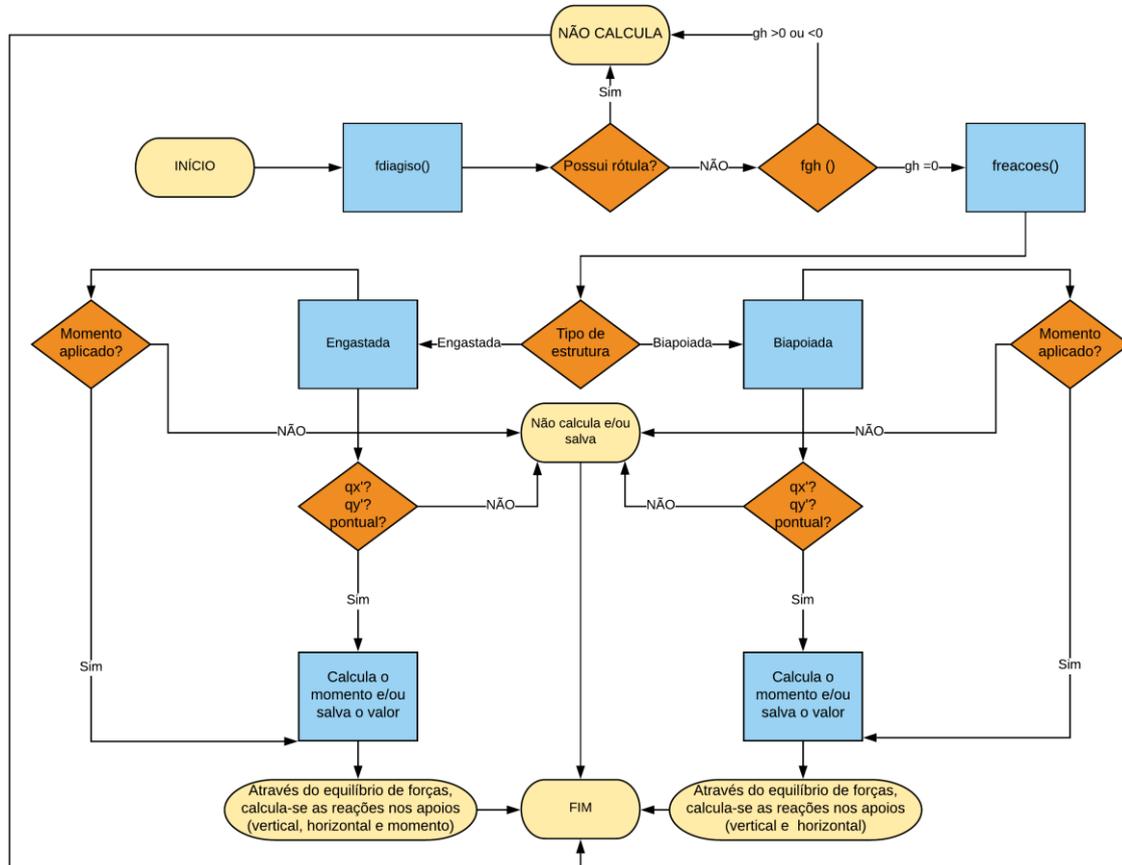
**Figura 19 – Alerta do IFESTRUT quando estrutura não isostática é desenhada**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

O fluxograma da Figura 20 apresenta a sequência de funções para cálculos das reações nos apoios.

Figura 20 - Fluxograma de funções para cálculo das reações



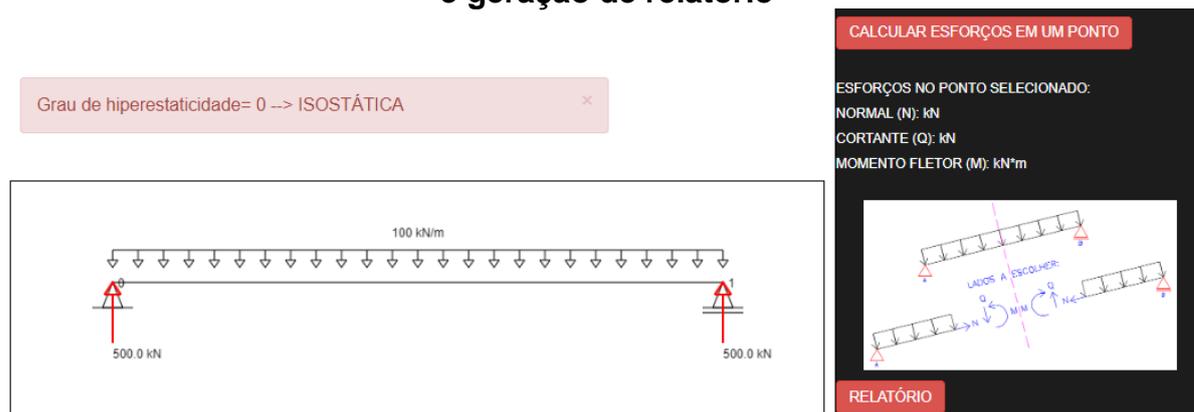
Fonte: elaborado pelo autor (2018).

Em que:

- **fdiagiso()**: função inicial;
- **fgh()**: função que retorna o grau de hiperestaticidade (gh) da estrutura. Se maior que 0 ou menor que 0, teremos respectivamente uma estrutura hiperestática ou hipostática e o programa não poderá dar sequência aos cálculos. Se igual a zero teremos uma estrutura isostática, objeto alvo da pesquisa;
- **freacoes()**: função que calcula as reações nos apoios de uma estrutura engastada ou biapoiada, pelo equilíbrio de forças. As distâncias necessárias são calculadas via coordenadas x e y relativas;
- **qy'**: carga distribuída no eixo local y da barra; e
- **qx'**: carga distribuída no eixo local x da barra.
- **Pontual**: carga concentrada.

Com as reações dos apoios calculadas, um menu na lateral direita da tela de resultados se abre (ver Figura 21), com a opção de calcular esforços em um ponto, bem como campos de impressão de valores de momento fletor, força normal e força cortante e opção de geração de relatório em PDF.

**Figura 21 - Tela de resultados do IFESTRUT e botões para cálculo de esforços e geração de relatório**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

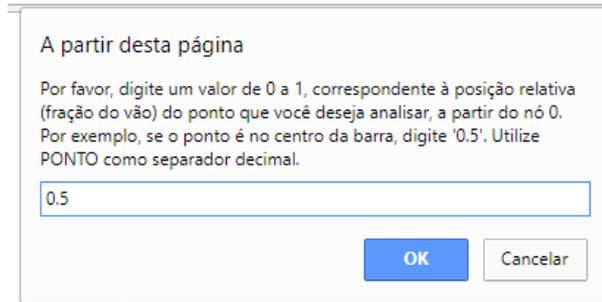
Com o clique do botão “CALCULAR ESFORÇOS EM UM PONTO”, assim como na Figura 21, tem-se o acionamento da função “snap()”, que inicia o fluxograma apresentado na Figura 24, para cálculos dos esforços em um ponto.

É importante lembrar que o cálculo dos esforços em um ponto requer a necessidade de definir o lado de levantamento das ações. Sendo assim, o algoritmo deve excluir todas as barras, ações e vínculos que não se encontram no lado escolhido.

Para tanto, verifica-se a qual barra o nó não escolhido pertence. Obtém-se sucessivamente os outros nós a partir das barras ligadas ao nó anterior. Por fim, tem-se todos os nós a serem excluídos e excluem-se as barras (via suas incidências), cargas distribuídas, forças, momentos concentrados e vínculos destes nós.

Como exemplo para a estrutura da Figura 21, escolheu-se o ponto médio da barra para calcular os esforços (fração do vão = 0,5 na Figura 22), e de acordo com a Figura 23, foi escolhido o lado que contém o nó 0. Dessa forma, toda a carga distribuída do meio da barra até o nó 1 não deverá ser considerada, bem como reação do apoio móvel do nó 1.

**Figura 22 - Alerta do IFESTRUT para requerimento da fração do vão na qual se deseja obter os esforços**

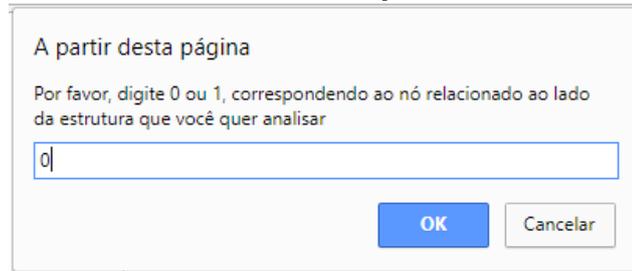


A partir desta página

Por favor, digite um valor de 0 a 1, correspondente à posição relativa (fração do vão) do ponto que você deseja analisar, a partir do nó 0. Por exemplo, se o ponto é no centro da barra, digite '0.5'. Utilize PONTO como separador decimal.

Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 23 - Alerta do IFESTRUT para escolha do nó referente ao lado da estrutura escolhido para análise**



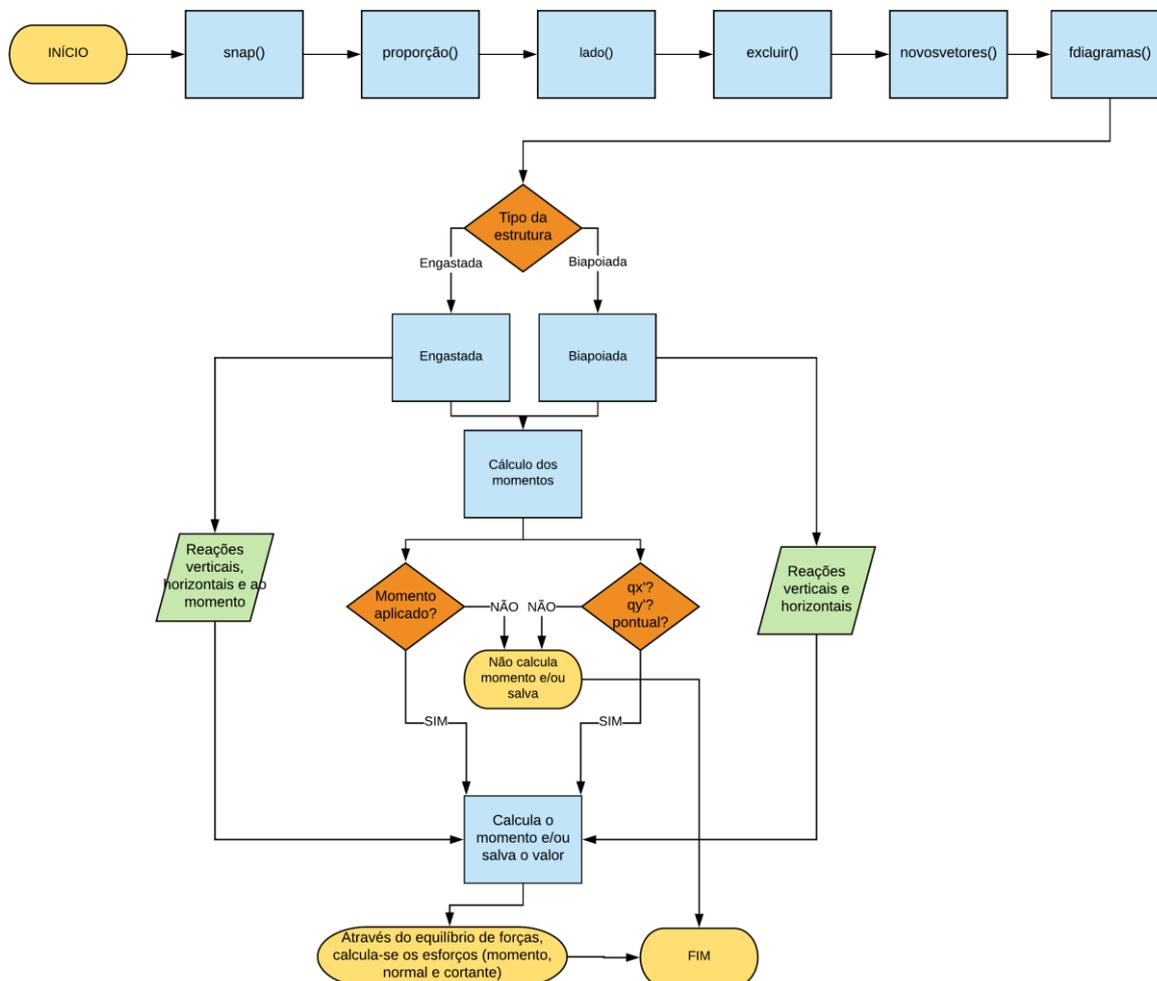
A partir desta página

Por favor, digite 0 ou 1, correspondendo ao nó relacionado ao lado da estrutura que você quer analisar

Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Dessa forma, podemos expressar o fluxograma para cálculos dos esforços de acordo com a Figura 24.

**Figura 24 - Fluxograma: funções internas para cálculo dos esforços em estruturas isostáticas não rotuladas**



Fonte: elaborado pelo autor (2018).

Em que:

- **snap():** função criada para coletar informações da barra na qual o usuário clicar, ou seja, que possua o ponto no qual deseja calcular o esforço. Cria uma espécie de “captura” sobre as barras ao passar do mouse;
- **proporção():** função que solicita ao usuário, após selecionada a barra, a fração do elemento, na qual ele deseja obter o esforço;
- **lado():** função que solicita ao usuário o nó referente ao lado que deseja fazer a análise;
- **excluir():** função que armazena os números dos nós a serem excluídos;

- **novosvetores()**: função que cria uma cópia do conjunto de variáveis e depois faz as exclusões relacionadas aos nós definidos na função `excluir()`;
- **fdiagramas()**: função que calcula os esforços em um ponto de uma estrutura engastada ou biapoaiada, pelo equilíbrio de forças. As distâncias necessárias são calculadas via coordenadas  $x$  e  $y$  relativas;
- **qy'**: carga distribuída no eixo local  $y$  da barra; e
- **qx'**: carga concentrada no eixo local  $x$  da barra.
- **Pontual**: carga concentrada.

Para o desenvolvimento do módulo, trabalhou-se com dois arquivos de extensão “js”. São eles:

- `funcoes-grauhiper.js`: arquivo exclusivo para o cálculo do grau de hiperestaticidade de uma estrutura. O arquivo conta com 80 linhas de código.
- `funcoes-diagramasiso.js`: arquivo exclusivo para o cálculo de reações nos apoios e esforços em um ponto. O arquivo conta com 2964.

É válido ressaltar que os arquivos acima são somente os referentes a esse trabalho. Em relação aos arquivos coletivos do IFESTRUT podemos citar mais alguns dados coletados: a página principal do HTML conta com 509 linhas; o arquivo “js” que realiza os desenhos na tela de desenho possui 3741 linhas; o arquivo “js” que redesenha a estrutura na tela de resultados possui 561 linhas; e o arquivo que redesenha a estrutura no PDF contabiliza 1963 linhas.

#### 5.4 RELATÓRIO EM PDF

Em relação ao relatório em PDF, tentou-se ao máximo torna-lo objetivo e de fácil compreensão, sem utilização de muitos textos e com o uso de desenhos de convenções e desenhos da própria estrutura a ser calculada.

## 5.5 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

A fim de catalogar resultados, foram criados vários exemplos com os resultados finais comparados ao Ftool (2017). Criou-se exemplos considerando as seguintes particularidades das estruturas:

- possuir barras desenhadas da esquerda para a direita ou direita para a esquerda;
- possuir barras inclinadas;
- engastada ou biapoiada;
- possuir carga distribuída em “x”, positiva ou negativa;
- possuir carga distribuída em “y”, positiva ou negativa;
- possuir força concentrada inclinada;
- possuir ou não momento concentrado;
- mais de uma quantidade de todas essas cargas; e
- variar o ponto em que se deseja calcular o esforço.



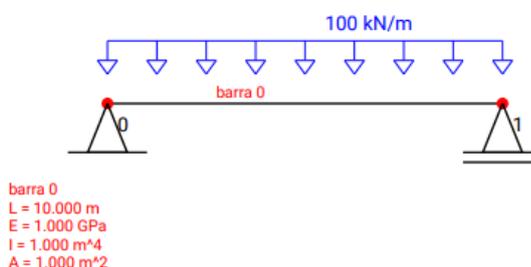
## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Serão feitos nesse capítulo uma apresentação do IFESTRUT voltado a operação pelo usuário e diversos exemplos de estruturas submetidas a cálculos no IFESTRUT.

### 6.1 APRESENTAÇÃO E FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA

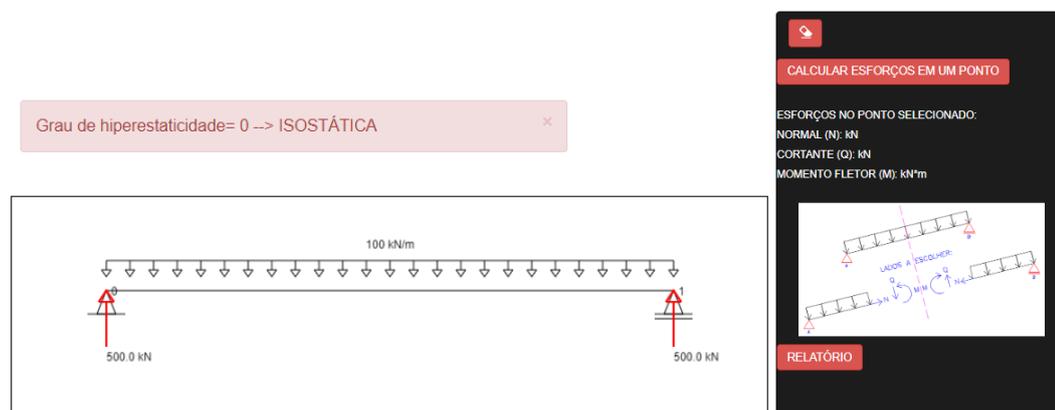
O funcionamento do programa foi descrito anteriormente com foco nos algoritmos. A seguir, (Figura 25 a Figura 30) é apresentado um exemplo completo desde o desenho da estrutura até a geração do relatório final em PDF, agora com foco apenas na operação pelo usuário.

**Figura 25 - Viga desenhada no IFESTRUT, de acordo com os procedimentos descritos no item 5.1**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

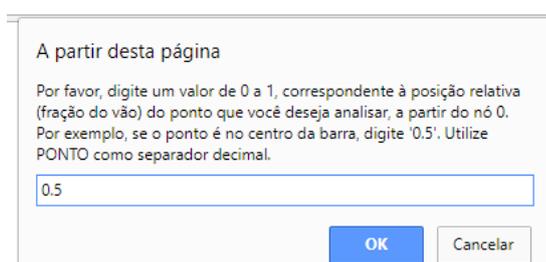
**Figura 26 - Reações de apoio mostradas após selecionada a função “ESFORÇOS EM VIGA OU PÓRTICO ISOSTÁTICO”**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Cumprir destacar que o IFESTRUT trabalha com quaisquer unidades de medida para as entradas de dados e utiliza o Sistema Internacional de Unidades (kN-m) nos dados de saída.

**Figura 27 - Alerta do IFESTRUT para requerimento da fração do vão na qual se deseja obter os esforços, depois de selecionado “CALCULAR ESFORÇOS EM UM PONTO”**



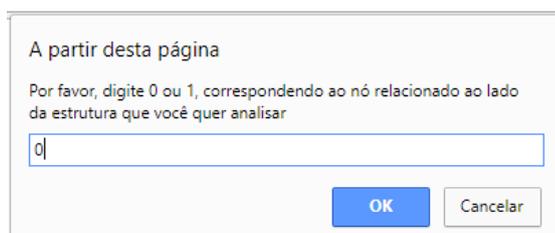
A partir desta página

Por favor, digite um valor de 0 a 1, correspondente à posição relativa (fração do vão) do ponto que você deseja analisar, a partir do nó 0. Por exemplo, se o ponto é no centro da barra, digite '0.5'. Utilize PONTO como separador decimal.

OK Cancelar

Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 28 - Alerta do IFESTRUT para escolha do nó referente ao lado da estrutura escolhido para análise, depois de selecionado “OK” na figura anterior**



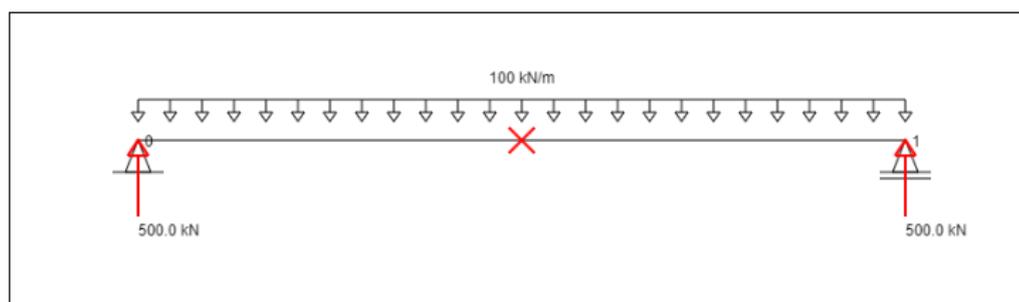
A partir desta página

Por favor, digite 0 ou 1, correspondendo ao nó relacionado ao lado da estrutura que você quer analisar

OK Cancelar

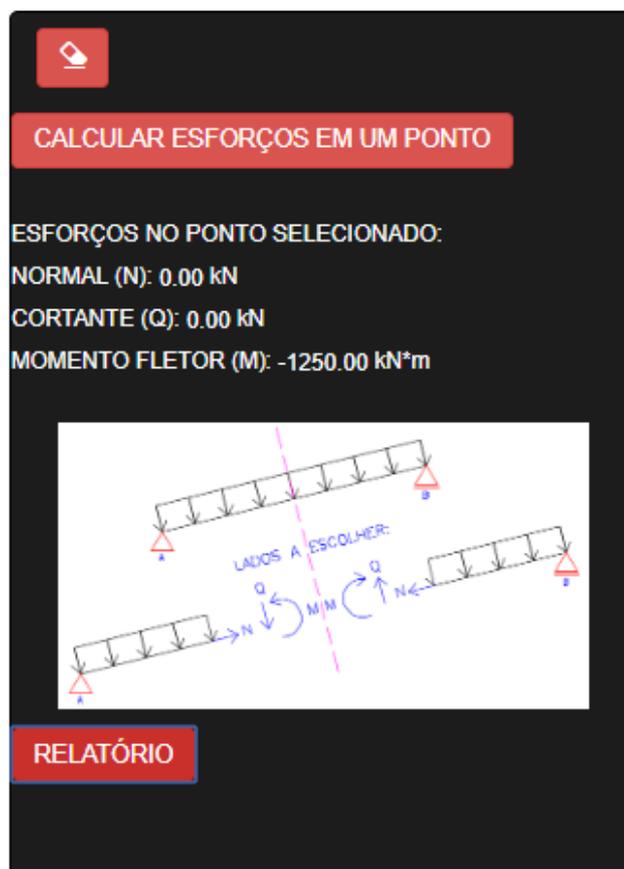
Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 29 - Marcação em “X” do ponto cujos esforços se deseja obter**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 30 - Valores dos esforços**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

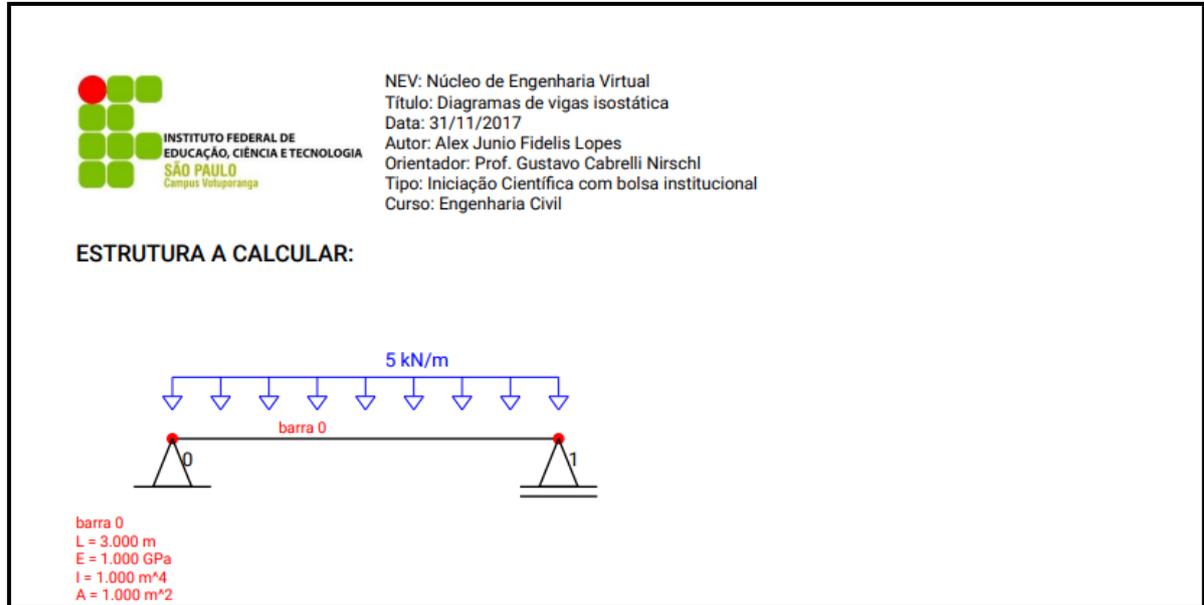
Por fim, o usuário pode selecionar o botão “RELATÓRIO” para abrir o arquivo em PDF com todos os cálculos detalhados.

## 6.2 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Na sequência, serão apresentadas diversas estruturas submetidas aos cálculos no *website*, comparando com valores obtidos no Ftool (2017). Para otimizar o texto, o relatório completo será mostrado somente para algumas estruturas e, neste caso, não serão apresentadas telas do IFESTRUT já que o relatório contém todas as informações também da entrada de dados. Em alguns exemplos, com o uso de tabelas, serão mostradas algumas variações da estrutura, bem como a confirmação da conferência de valores com Ftool (2017).

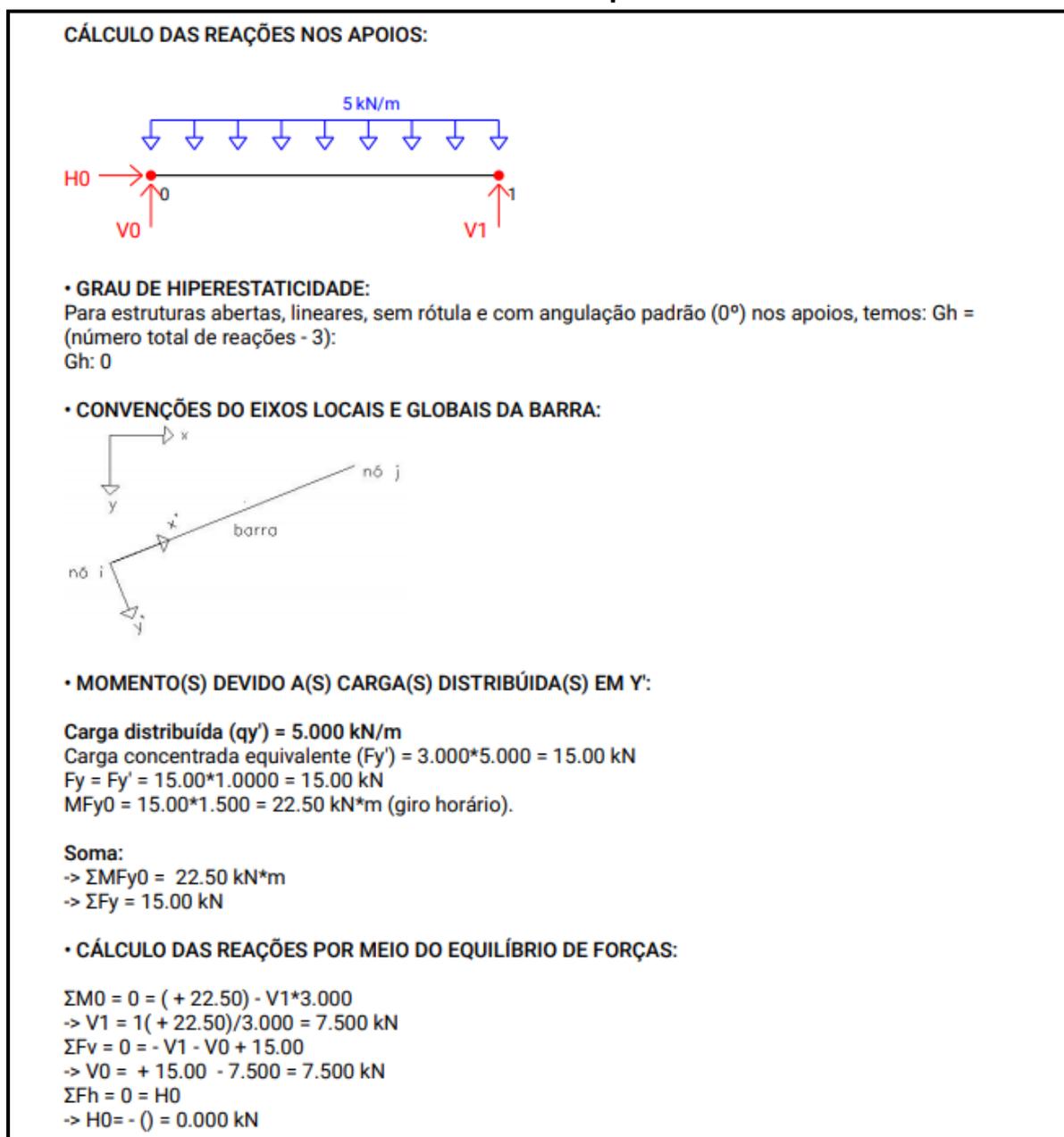
## 6.2.1 Exemplo 1 (Figura 31 a Figura 36):

Figura 31 - Página 1 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra calculados pelo lado do nó 0



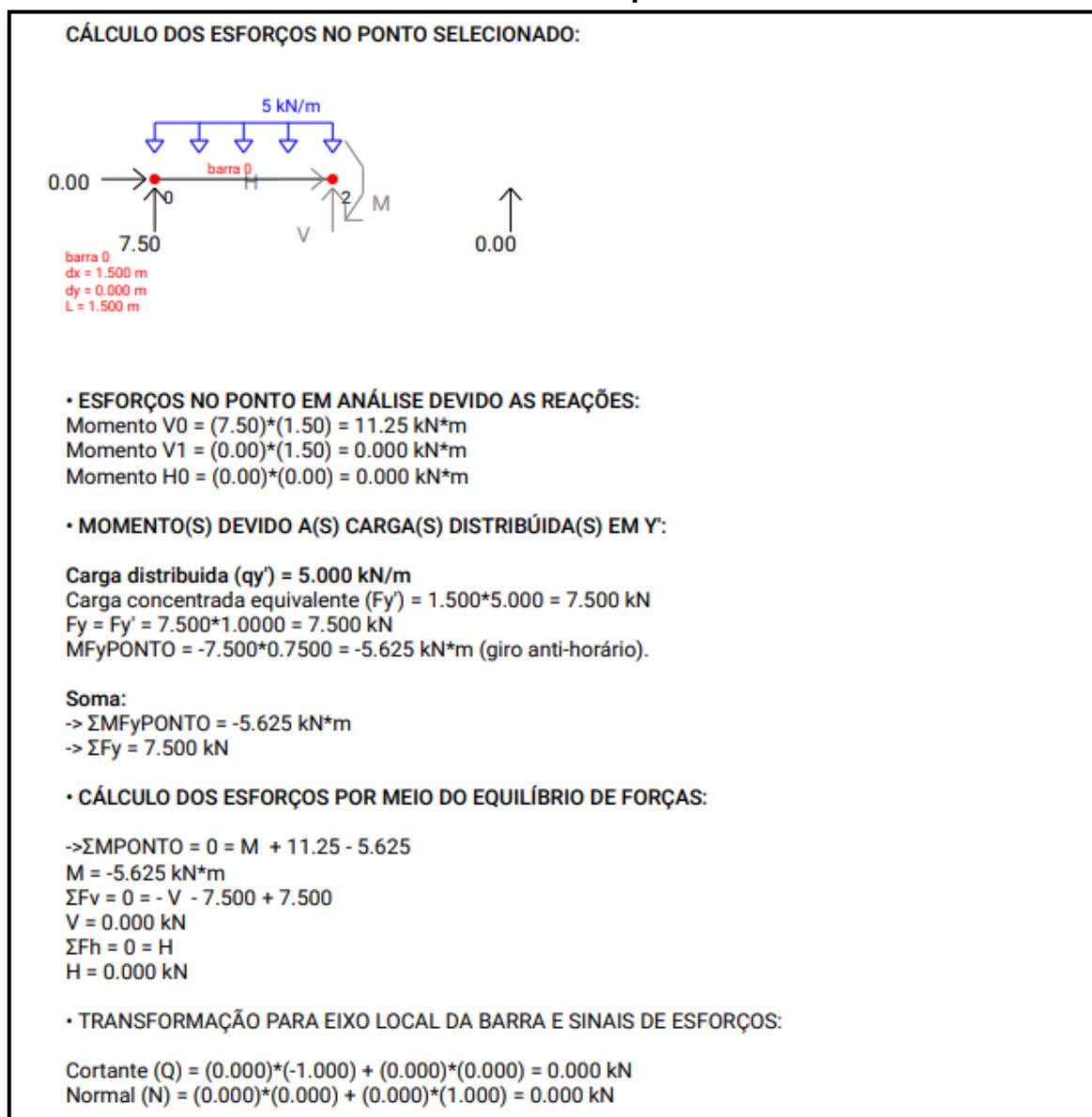
Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Figura 32 - Página 2 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra calculados pelo lado do nó 0



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

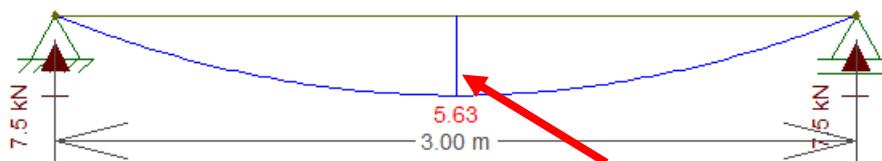
**Figura 33 - Página 3 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra calculados pelo lado do nó 0**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Os valores numéricos dos esforços são os mesmos dados pelo Ftool (2017). Apenas neste exemplo, para mostrar a metodologia exata utilizada, mostram-se a seguir (Figura 34 a Figura 36), os diagramas de esforços de momento fletor, força normal e força cortante. As setas em vermelho indicam o valor do esforço no ponto calculado pelo IFESTRUT.

**Figura 34 - Diagrama de momento fletor para viga do exemplo 1.**



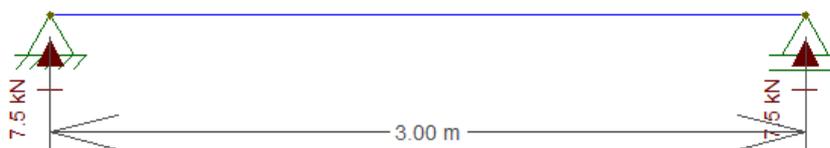
Fonte: elaborado pelo autor por meio do Ftool (2017).

**Figura 35 - Diagrama de força cortante para viga do exemplo 1.**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do Ftool (2017).

**Figura 36 - Diagrama de força normal para viga do exemplo 1.**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do Ftool (2017).

Na Tabela 1 apresentam-se algumas variações feitas no exemplo 1.

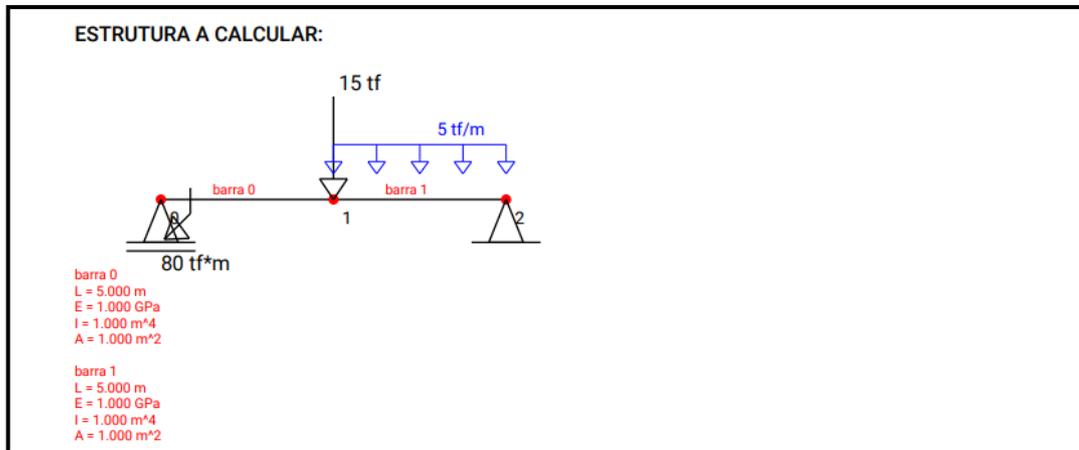
**Tabela 1 - Variações do exemplo 1.**

Características variadas			Conferência FTOOL (2017)
Ponto	Lado	Sentido desenho	
Médio da barra 0	Nó 1	Esquerda - Direita	OK
Fração 0,2 da barra 0 a partir do nó 0	Nó 1	Direita - Esquerda	OK
Fração 0,2 da barra 0 a partir do nó 0	Nó 0	Direita - Esquerda	OK

Fonte: elaborado pelo autor (2018).

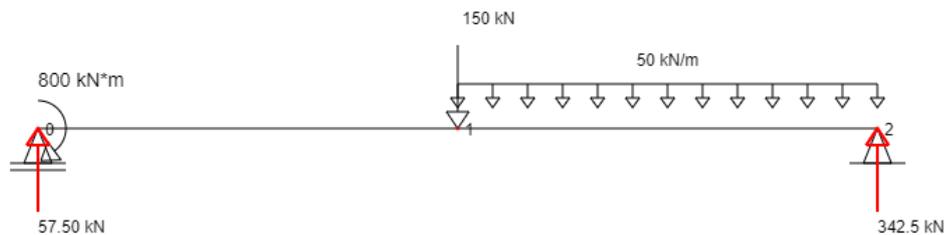
## 6.2.2 Exemplo 2 (Figura 37 a Figura 39):

Figura 37 - Viga desenhada no IFESTRUT



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Figura 38 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Figura 39 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 0, pelo lado do nó 0

• CÁLCULO DOS ESFORÇOS POR MEIO DO EQUILÍBRIO DE FORÇAS:

$$\rightarrow \Sigma \text{PONTO} = 0 = M + 143.8 + 800.0$$

$$M = -943.8 \text{ kN*m}$$

$$\Sigma F_v = 0 = -V - 57.50$$

$$V = -57.50 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_h = 0 = H$$

$$H = 0.000 \text{ kN}$$

• TRANSFORMAÇÃO PARA EIXO LOCAL DA BARRA E SINAIS DE ESFORÇOS:

$$\text{Cortante (Q)} = (-57.50) * (-1.000) + (0.000) * (0.000) = 57.50 \text{ kN}$$

$$\text{Normal (N)} = (-57.50) * (0.000) + (0.000) * (1.000) = 0.000 \text{ kN}$$

Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Os valores numéricos são coerentes com o Ftool (2017).

Na Tabela 2 apresenta-se uma variação feita no exemplo 2.

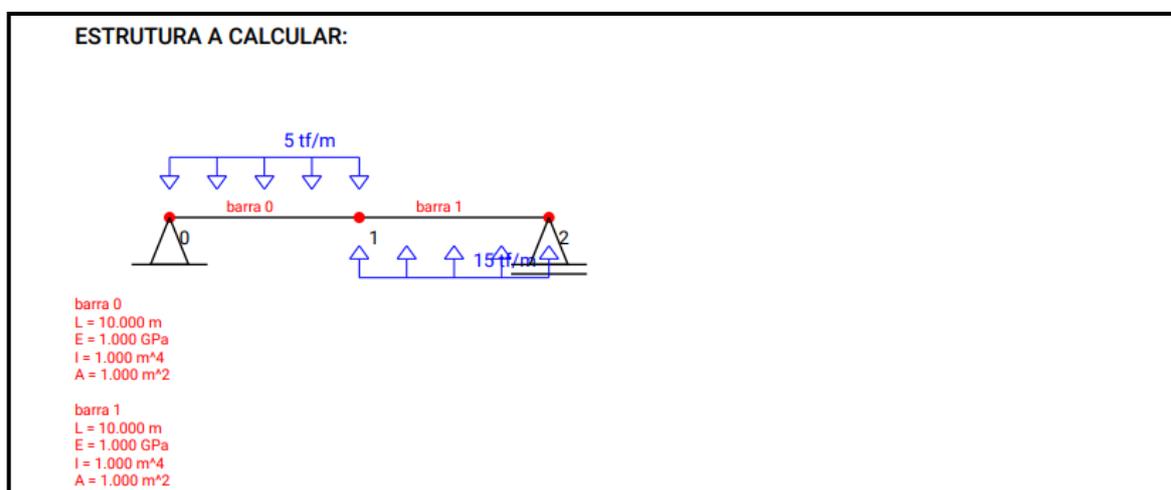
**Tabela 2 - Variações do exemplo 2.**

Características variadas			Conferência FTOOL (2017)
Ponto	Lado	Sentido desenho	
Médio da barra 0	Nó 1	Esquerda - Direita	OK

Fonte: elaborado pelo autor (2018).

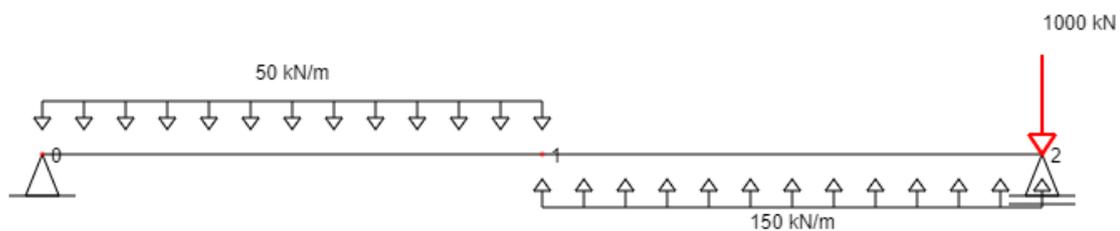
### 6.2.3 Exemplo 3 (Figura 40 a Figura 42):

**Figura 40 - Viga desenhada no IFESTRUT**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 41 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 42 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 0, pelo lado do nó 0**

<p>• CÁLCULO DOS ESFORÇOS POR MEIO DO EQUILÍBRIO DE FORÇAS:</p> <p>-&gt;<math>\Sigma</math>PONTO = 0 = M - 625.0  M = 625.0 kN*m  <math>\Sigma F_v = 0 = -V + 250.0</math>  V = 250.0 kN  <math>\Sigma F_h = 0 = H</math>  H = 0.000 kN</p> <p>• TRANSFORMAÇÃO PARA EIXO LOCAL DA BARRA E SINAIS DE ESFORÇOS:</p> <p>Cortante (Q) = (250.0)*(-1.000) + (0.000)*(0.000) = -250.0 kN  Normal (N) = (250.0)*(0.000) + (0.000)*(1.000) = 0.000 kN</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Os valores numéricos são coerentes com o Ftool (2017).

Na Tabela 3 apresentam-se algumas variações feitas no exemplo 3.

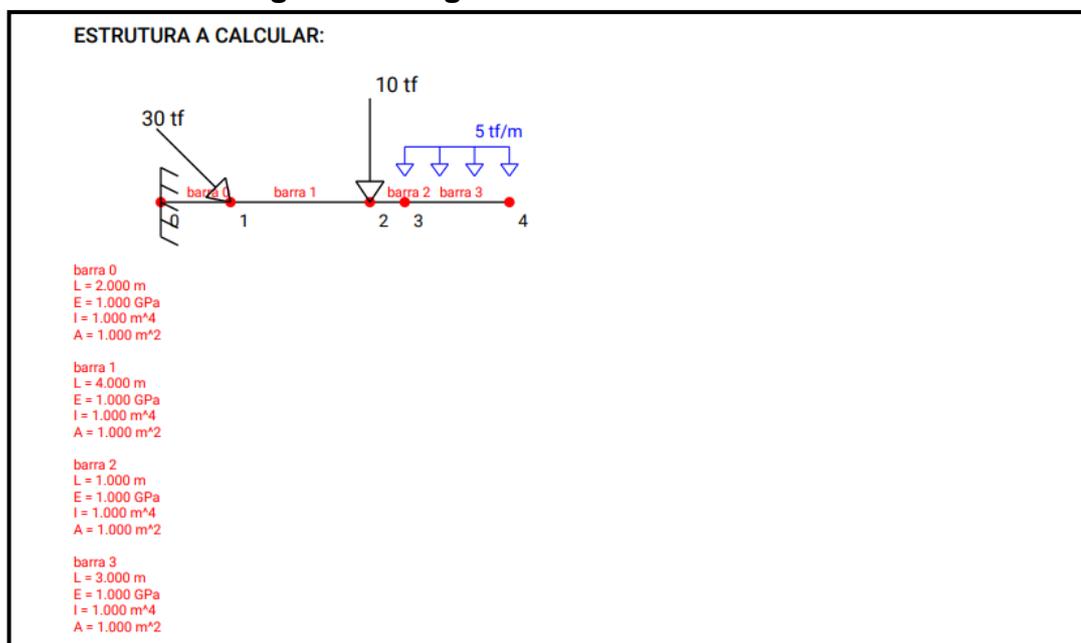
**Tabela 3 - Variações do exemplo 3.**

Características variadas			Conferência FTOOL (2017)
Ponto	Lado	Sentido desenho	
Médio da barra 0	Nó 1	Esquerda - Direita	OK
Fração 0 da barra 0 a partir do nó 0	Nó 1	Esquerda - Direita	OK
Fração 1 da barra 0 a partir do nó 0	Nó 0	Esquerda - Direita	OK
Fração 0 da barra 1 a partir do nó 1	Nó 2	Esquerda - Direita	OK
Fração 1 da barra 1 a partir do nó 1	Nó 1	Esquerda - Direita	OK

Fonte: elaborado pelo autor (2018).

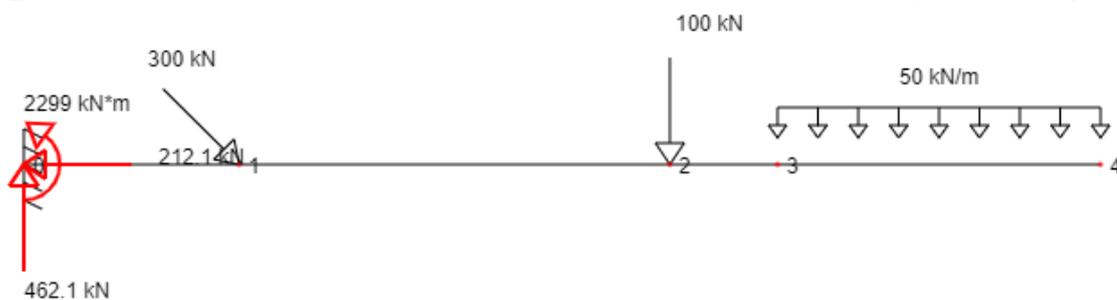
## 6.2.4 Exemplo 4 (Figura 43 a Figura 45):

Figura 43 - Viga desenhada no IFESTRUT



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Figura 44 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 45 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 0, pelo lado do nó 0**

<p>• CÁLCULO DOS ESFORÇOS POR MEIO DO EQUILÍBRIO DE FORÇAS:</p> <p>-&gt;<math>\Sigma</math>MPONTO = 0 = M + 462.1 - 2299  M = 1837 kN*m  <math>\Sigma F_v = 0 = -V - 462.1</math>  V = -462.1 kN  <math>\Sigma F_h = 0 = H - 212.1</math>  H = 212.1 kN</p> <p>• TRANSFORMAÇÃO PARA EIXO LOCAL DA BARRA E SINAIS DE ESFORÇOS:</p> <p>Cortante (Q) = (-462.1)*(-1.000) + (212.1)*(0.000) = 462.1 kN  Normal (N) = (-462.1)*(0.000) + (212.1)*(1.000) = 212.1 kN</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Os valores numéricos são coerentes com o Ftool (2017).

Na Tabela 4 apresentam-se algumas variações feitas no exemplo 4.

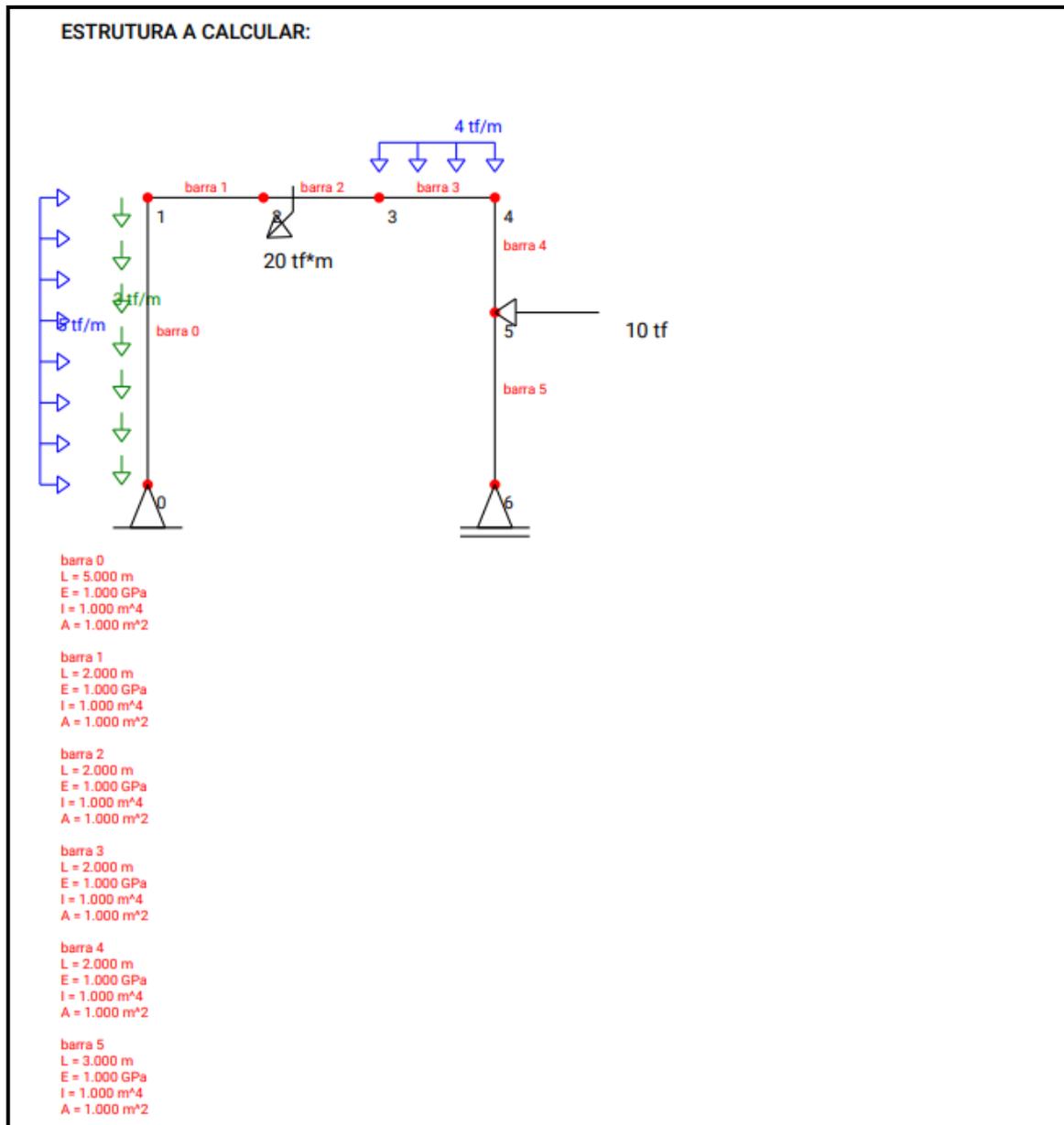
**Tabela 4 - Variações do exemplo 4.**

Características variadas			Conferência FTOOL (2017)
Ponto	Lado	Sentido desenho	
Médio da barra 0	Nó 1	Esquerda - Direita	OK
Médio da barra 1	Nó 1	Esquerda - Direita	OK
Médio da barra 1	Nó 2	Esquerda - Direita	OK
Médio da barra 3	Nó 3	Esquerda - Direita	OK
Médio da barra 3	Nó 4	Esquerda - Direita	OK

Fonte: elaborado pelo autor (2018).

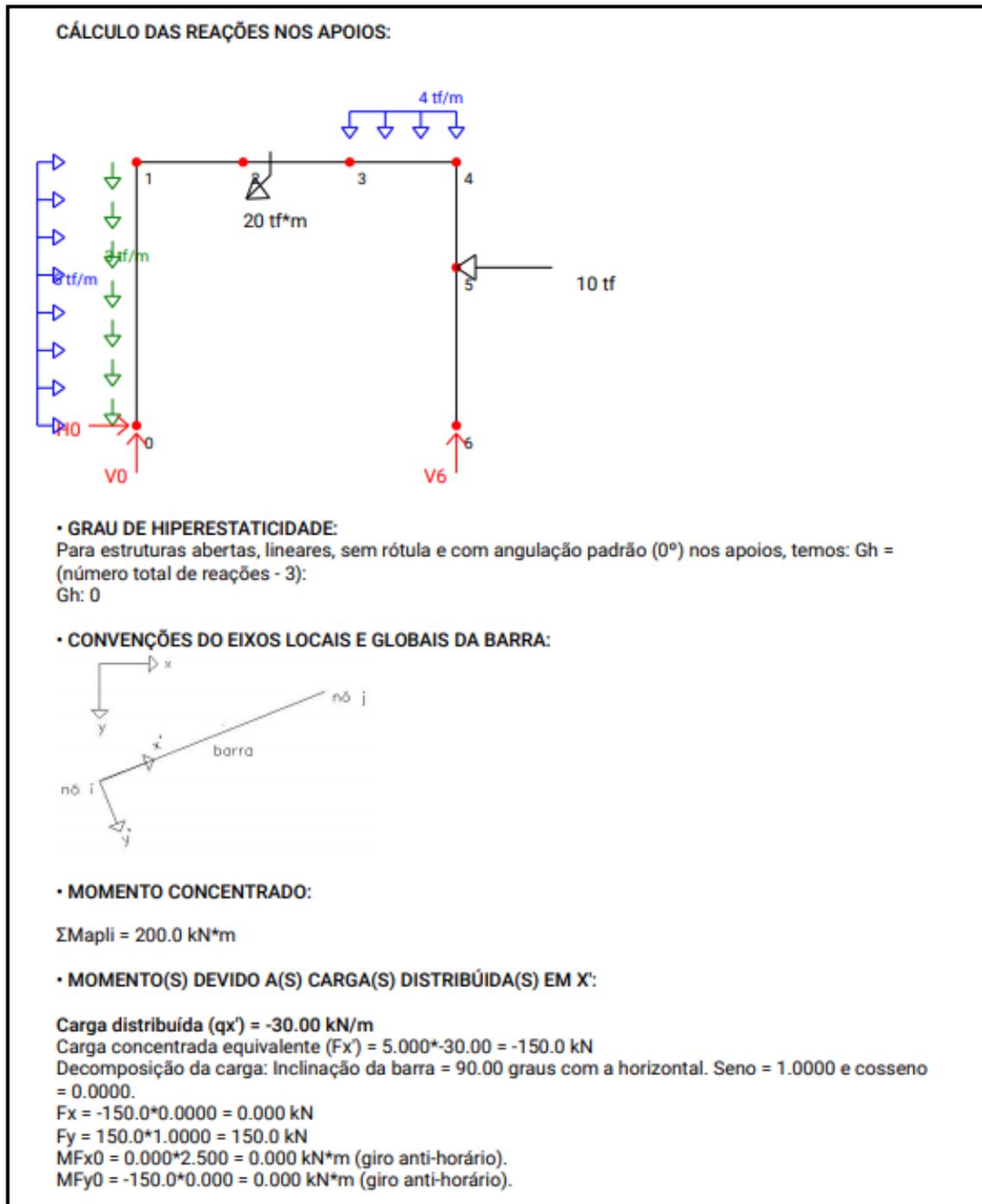
## 6.2.5 Exemplo 5 (Figura 46 a Figura 50):

Figura 46 - Página 1 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra 0 calculados pelo lado do nó 0



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Figura 47 - Página 2 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra 0 calculados pelo lado do nó 0



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 48 - Página 3 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra 0 calculados pelo lado do nó 0**

Soma:  
 $\rightarrow \Sigma MFx0 = 0.000 \text{ kN}\cdot\text{m}$   
 $\rightarrow \Sigma MFy0 = 0.000 \text{ kN}\cdot\text{m}$   
 $\rightarrow \Sigma Fx = 0.000 \text{ kN}$   
 $\rightarrow \Sigma Fy = 150.0 \text{ kN}$

**• MOMENTO(S) DEVIDO A(S) CARGA(S) DISTRIBUÍDA(S) EM Y':**

Carga distribuída ( $qy'$ ) = 50.00 kN/m  
 Carga concentrada equivalente ( $Fy'$ ) =  $5.000 \cdot 50.00 = 250.0 \text{ kN}$   
 Decomposição da carga: Inclinação da barra = 90.00 graus com a horizontal. Seno = 1.0000 e cosseno = 0.0000.  
 $Fx = 250.0 \cdot 1.0000 = 250.0 \text{ kN}$   
 $Fy = 250.0 \cdot 0.0000 = 0.000 \text{ kN}$   
 $MFx0 = 250.0 \cdot 2.500 = 625.0 \text{ kN}\cdot\text{m}$  (giro horário).  
 $MFy0 = 0.000 \cdot 0.000 = 0.000 \text{ kN}\cdot\text{m}$  (giro anti-horário).

Carga distribuída ( $qy'$ ) = 40.00 kN/m  
 Carga concentrada equivalente ( $Fy'$ ) =  $2.000 \cdot 40.00 = 80.00 \text{ kN}$   
 $Fy = Fy' = 80.00 \cdot 1.0000 = 80.00 \text{ kN}$   
 $MFy0 = 80.00 \cdot 5.000 = 400.0 \text{ kN}\cdot\text{m}$  (giro horário).

Soma:  
 $\rightarrow \Sigma MFx0 = 625.0 \text{ kN}\cdot\text{m}$   
 $\rightarrow \Sigma MFy0 = 400.0 \text{ kN}\cdot\text{m}$   
 $\rightarrow \Sigma Fx = 250.0 \text{ kN}$   
 $\rightarrow \Sigma Fy = 80.00 \text{ kN}$

**• MOMENTO(S) DEVIDO A(S) CARGA(S) CONCENTRADA(S):**

$F = 100.0 \text{ kN}$

$Fx = 100.0 \cdot 1.000 = -100.0 \text{ kN}$   
 $MFx0 = -100.0 \cdot 3.000 = -300.0 \text{ kN}\cdot\text{m}$  (giro anti-horário).

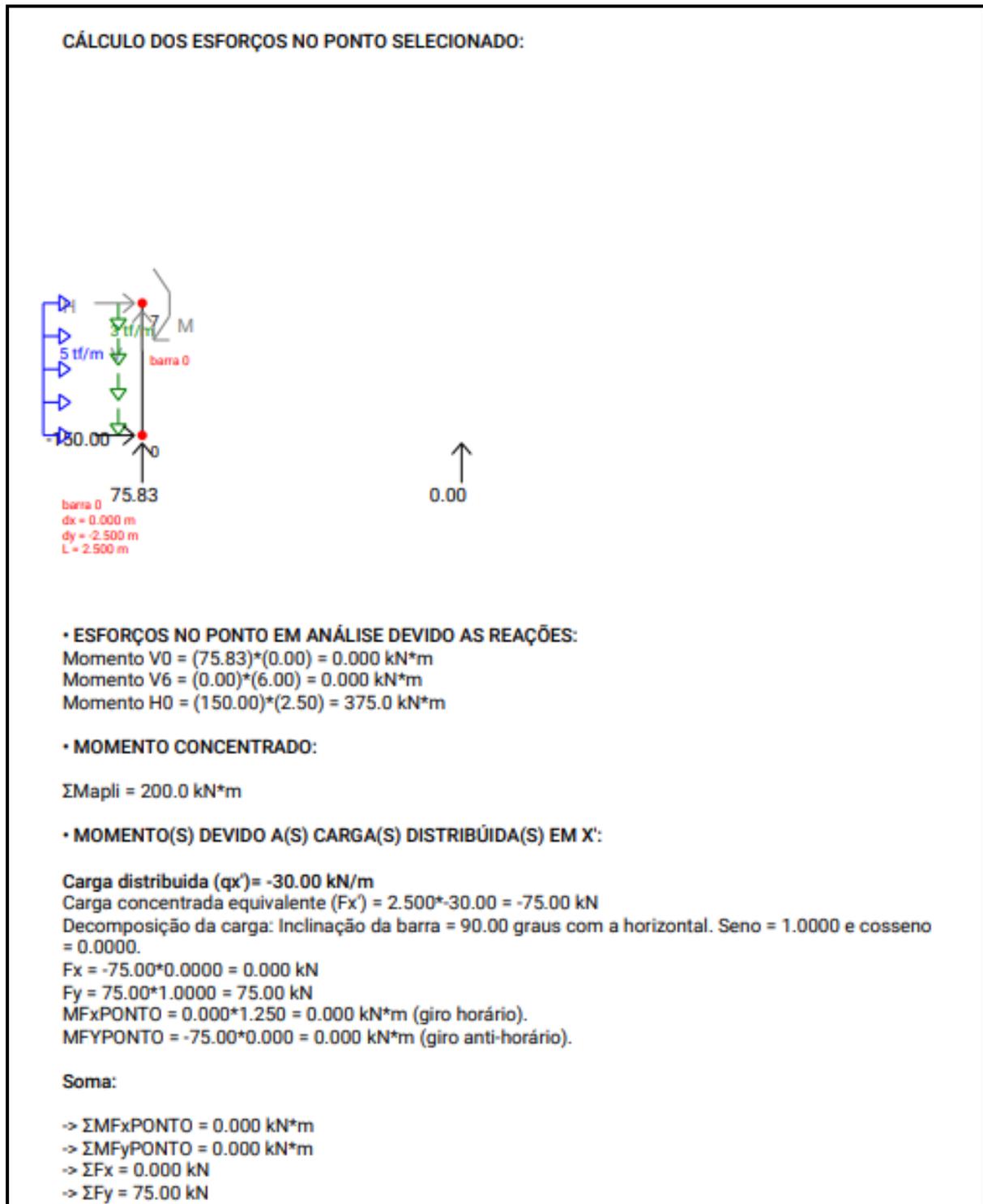
Soma:  
 $\rightarrow \Sigma MFx0 = -300.0 \text{ kN}\cdot\text{m}$   
 $\rightarrow \Sigma MFy0 = 0.000 \text{ kN}\cdot\text{m}$   
 $\rightarrow \Sigma Fx = -100.0 \text{ kN}$   
 $\rightarrow \Sigma Fy = 0.000 \text{ kN}$

**• CÁLCULO DAS REAÇÕES POR MEIO DO EQUILÍBRIO DE FORÇAS:**

$\Sigma M0 = 0 = (+ 200.0 + 625.0 + 400.0 - 300.0) - V6 \cdot 6.000$   
 $\rightarrow V6 = 1( + 200.0 + 625.0 + 400.0 - 300.0) / 6.000 = 154.2 \text{ kN}$   
 $\Sigma Fv = 0 = - V6 - V0 + 150.0 + 80.00$   
 $\rightarrow V0 = + 150.0 + 80.00 - 154.2 = 75.83 \text{ kN}$   
 $\Sigma Fh = 0 = H0 - 100.0 + 250.0$   
 $\rightarrow H0 = - ( - 100.0 + 250.0 ) = -150.0 \text{ kN}$

Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Figura 49 - Página 4 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra 0 calculados pelo lado do nó 0



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 50 - Página 5 do relatório PDF, considerando os esforços no ponto médio da barra 0 calculados pelo lado do nó 0**

• **MOMENTO(S) DEVIDO A(S) CARGA(S) DISTRIBUÍDA(S) EM Y':**

Carga distribuída ( $qy'$ ) = 50.00 kN/m  
 Carga concentrada equivalente ( $Fy'$ ) =  $2.500 \cdot 50.00 = 125.0$  kN  
 Decomposição da carga: Inclinação da barra = 90.00 graus com a horizontal. Seno = 1.0000 e cosseno = 0.0000.  
 $Fx = 125.0 \cdot 1.0000 = 125.0$  kN  
 $Fy = 125.0 \cdot 0.0000 = 0.000$  kN  
 $MFxPONTO = -125.0 \cdot 1.250 = -156.3$  kN\*m (giro anti-horário).  
 $MFyPONTO = 0.000 \cdot 0.000 = 0.000$  kN\*m (giro anti-horário).

**Soma:**  
 ->  $\Sigma MFxPONTO = -156.3$  kN\*m  
 ->  $\Sigma MFyPONTO = 0.000$  kN\*m  
 ->  $\Sigma Fx = 125.0$  kN  
 ->  $\Sigma Fy = 0.000$  kN

• **CÁLCULO DOS ESFORÇOS POR MEIO DO EQUILÍBRIO DE FORÇAS:**

->  $\Sigma MPONTO = 0 = M + 375.0 - 156.3$   
 $M = -218.8$  kN\*m  
 $\Sigma Fv = 0 = -V - 75.83 + 75.00$   
 $V = -0.8333$  kN  
 $\Sigma Fh = 0 = H - 150.0 + 125.0$   
 $H = 25.00$  kN

• **TRANSFORMAÇÃO PARA EIXO LOCAL DA BARRA E SINAIS DE ESFORÇOS:**

Cortante (Q) =  $(-0.8333) \cdot (0.000) + (25.00) \cdot (1.000) = 25.00$  kN  
 Normal (N) =  $(-0.8333) \cdot (1.000) + (25.00) \cdot (0.000) = -0.8333$  kN

Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Os valores numéricos são coerentes com o Ftool (2017).

Na Tabela 5 apresentam-se algumas variações feitas no exemplo 5.

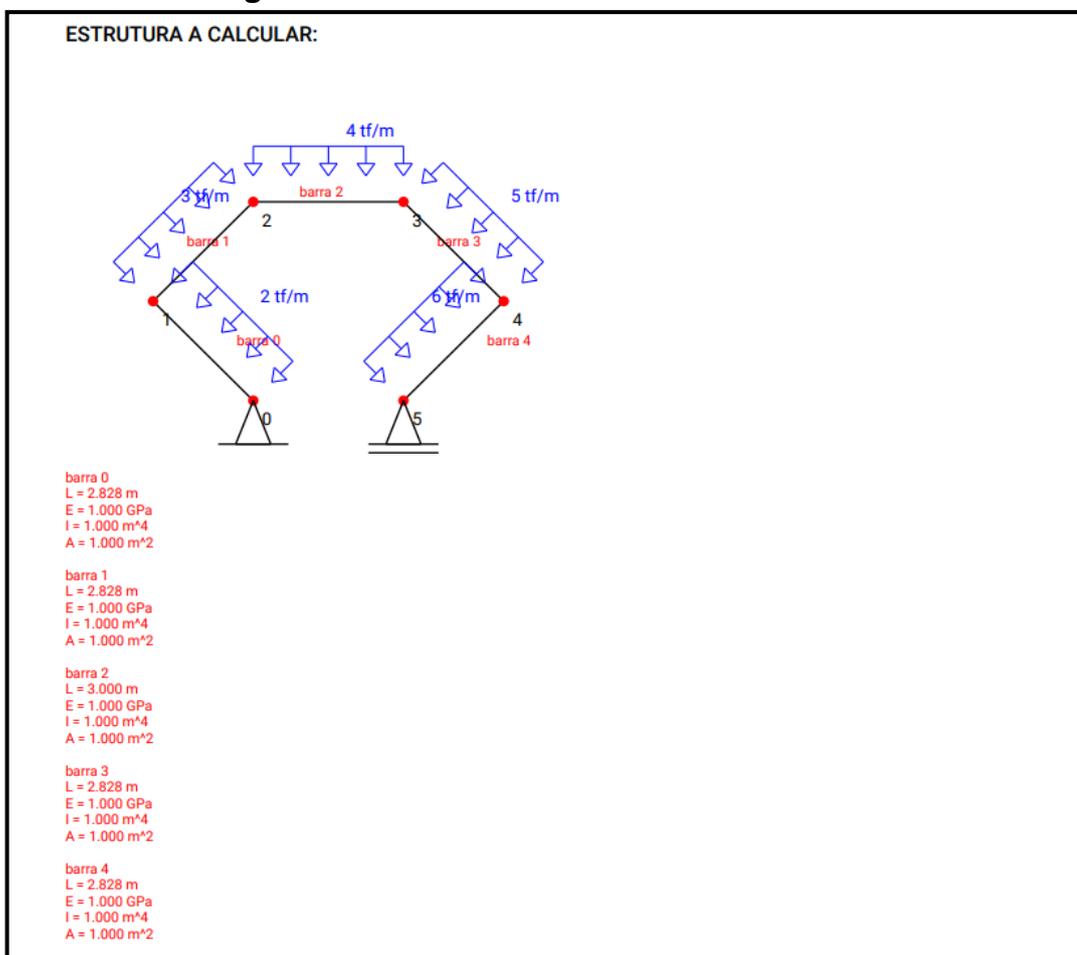
**Tabela 5 - Variações do exemplo 5.**

Características variadas			Conferência FTOOL (2017)
Ponto	Lado	Sentido desenho	
Médio da barra 0	Nó 1	Esquerda - Direita	OK
Fração 1 da barra 0 a partir do nó 0	Nó 0	Esquerda - Direita	OK
Fração 0 da barra 1 a partir do nó 1	Nó 2	Esquerda - Direita	OK
Fração 1 da barra 1 a partir do nó 0	Nó 1	Esquerda - Direita	OK
Fração 0 da barra 2 a partir do nó 2	Nó 3	Esquerda - Direita	OK
Fração 1 da barra 2 a partir do nó 2	Nó 2	Esquerda - Direita	OK
Fração 0 da barra 3 a partir do nó 3	Nó 4	Esquerda - Direita	OK
Médio da barra 3	Nó 3	Esquerda - Direita	OK
Médio da barra 3	Nó 4	Esquerda - Direita	OK
Médio da barra 4	Nó 4	Esquerda - Direita	OK
Médio da barra 4	Nó 5	Esquerda - Direita	OK
Fração 1 da barra 4 a partir do nó 4	Nó 4	Esquerda - Direita	OK
Fração 0 da barra 5 a partir do nó 4	Nó 6	Esquerda - Direita	OK
Médio da barra 5	Nó 5	Esquerda - Direita	OK
Médio da barra 5	Nó 6	Esquerda - Direita	OK
Fração 0 da barra 0 a partir do nó 0	Nó 1	Esquerda - Direita	OK
Fração 1 da barra 5 a partir do nó 5	Nó 5	Esquerda - Direita	OK

Fonte: elaborado pelo autor (2018).

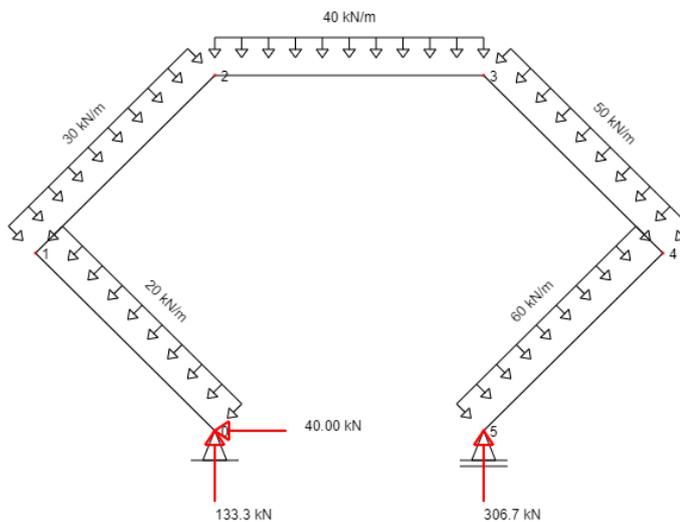
## 6.2.6 Exemplo 6 (Figura 51 a Figura 53):

Figura 51 - Pórtico desenhado no IFESTRUT



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Figura 52 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 53 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 2, pelo lado do nó 2**

• CÁLCULO DOS ESFORÇOS POR MEIO DO EQUILÍBRIO DE FORÇAS:

->  $\Sigma M_{PONTO} = 0 = M + 200.0 + 160.0 + 60.00 - 295.0$   
 $M = -125.0 \text{ kN}\cdot\text{m}$   
 $\Sigma F_v = 0 = -V - 133.3 + 160.0$   
 $V = 26.67 \text{ kN}$   
 $\Sigma F_h = 0 = H - 40.00 + 20.00$   
 $H = 20.00 \text{ kN}$

• TRANSFORMAÇÃO PARA EIXO LOCAL DA BARRA E SINAIS DE ESFORÇOS:

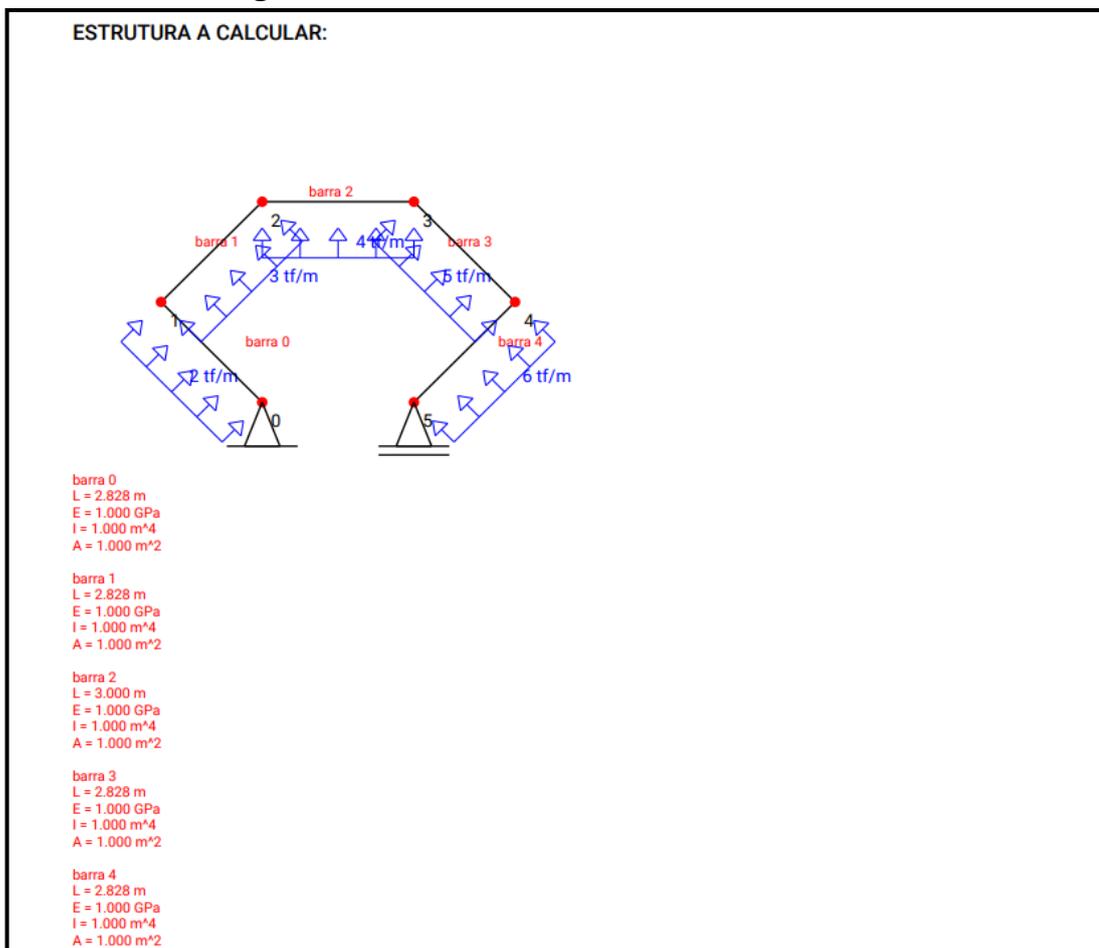
Cortante (Q) =  $(26.67) \cdot (-1.000) + (20.00) \cdot (0.000) = -26.67 \text{ kN}$   
Normal (N) =  $(26.67) \cdot (0.000) + (20.00) \cdot (1.000) = 20.00 \text{ kN}$

Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Os valores numéricos são coerentes com o Ftool (2017).

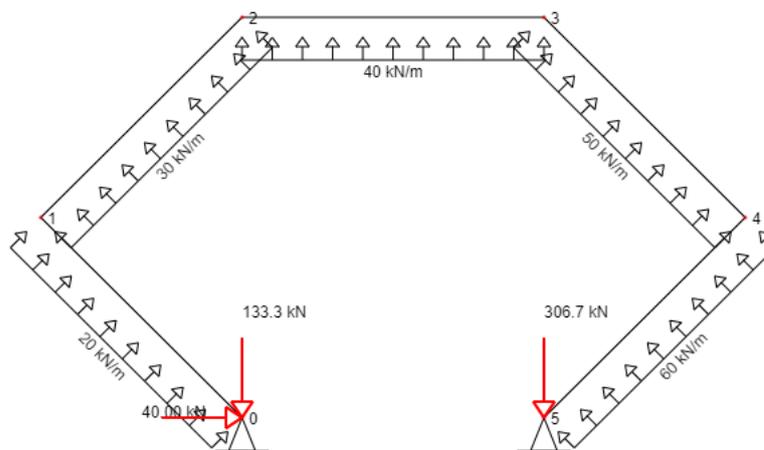
### 6.2.7 Exemplo 7 (Figura 54 a Figura 56)

**Figura 54 - Pórtico desenhado no IFESTRUT**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 55 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 56 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 2, pelo lado do nó 2**

• CÁLCULO DOS ESFORÇOS POR MEIO DO EQUILÍBRIO DE FORÇAS:

-> $\Sigma M_{PONTO} = 0 = M - 200.0 - 160.0 - 60.00 + 295.0$   
 $M = 125.0 \text{ kN}\cdot\text{m}$   
 $\Sigma F_v = 0 = -V + 133.3 - 160.0$   
 $V = -26.67 \text{ kN}$   
 $\Sigma F_h = 0 = H + 40.00 - 20.00$   
 $H = -20.00 \text{ kN}$

• TRANSFORMAÇÃO PARA EIXO LOCAL DA BARRA E SINAIS DE ESFORÇOS:

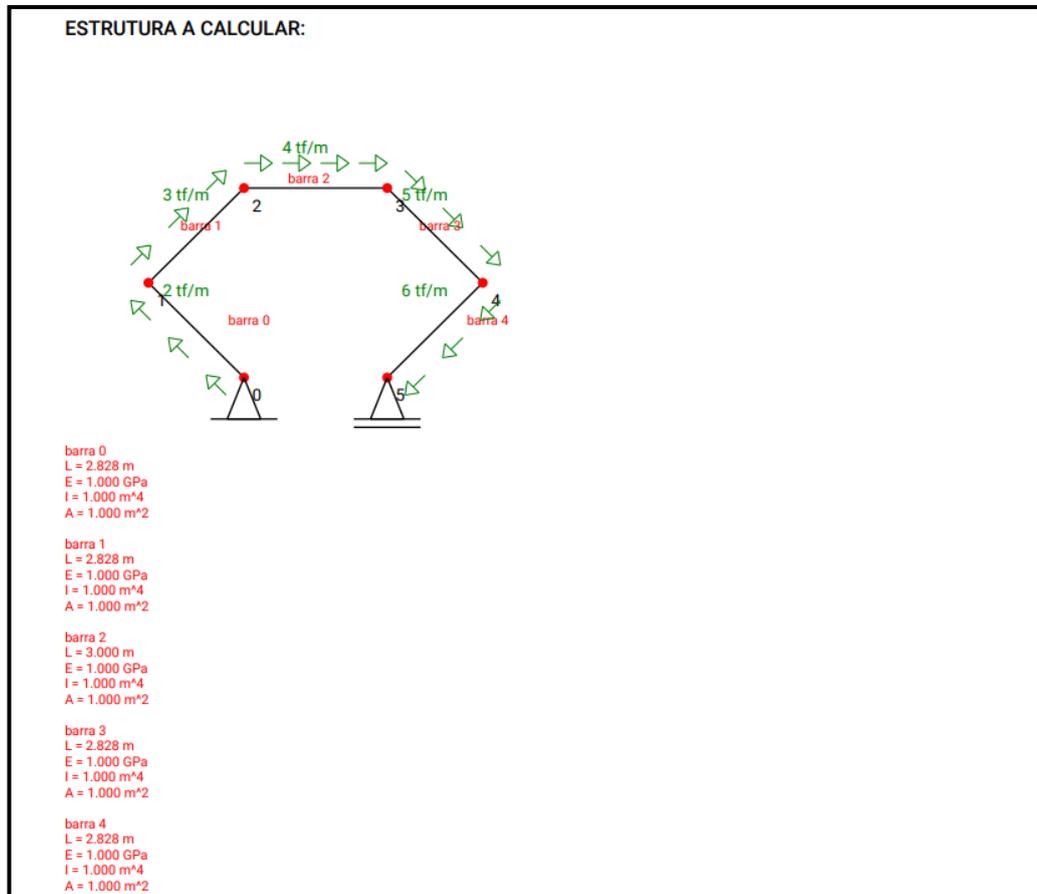
Cortante (Q) =  $(-26.67) \cdot (-1.000) + (-20.00) \cdot (0.000) = 26.67 \text{ kN}$   
 Normal (N) =  $(-26.67) \cdot (0.000) + (-20.00) \cdot (1.000) = -20.00 \text{ kN}$

Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Os valores numéricos são coerentes com o Ftool (2017).

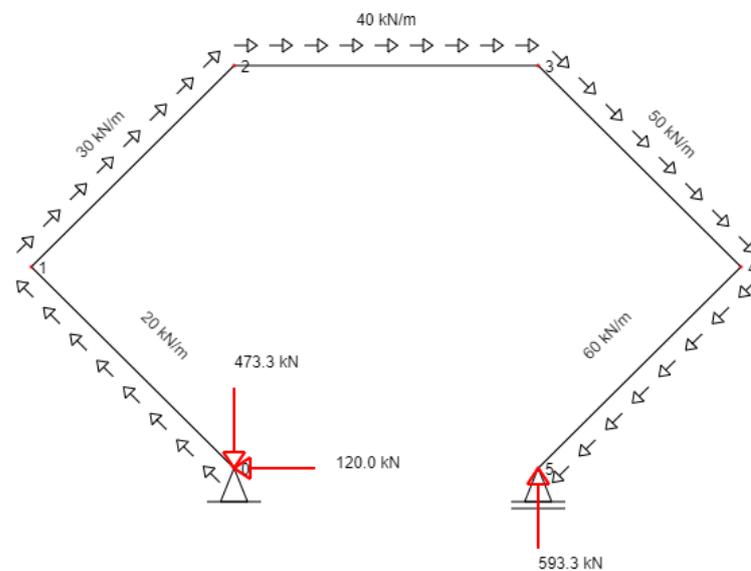
## 6.2.8 Exemplo 8 (Figura 57 a Figura 59):

Figura 57 - Pórtico desenhado no IFESTRUT



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Figura 58 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 59 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 2, pelo lado do nó 2**

• CÁLCULO DOS ESFORÇOS POR MEIO DO EQUILÍBRIO DE FORÇAS:

$$\rightarrow \Sigma \text{MPONTO} = 0 = M - 710.0 + 480.0 + 60.00 + 250.0$$

$$M = -80.00 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\Sigma F_v = 0 = -V + 473.3 - 100.0$$

$$V = 373.3 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_h = 0 = H - 120.0 + 80.00$$

$$H = 40.00 \text{ kN}$$

• TRANSFORMAÇÃO PARA EIXO LOCAL DA BARRA E SINAIS DE ESFORÇOS:

$$\text{Cortante (Q)} = (373.3) \cdot (-1.000) + (40.00) \cdot (0.000) = -373.3 \text{ kN}$$

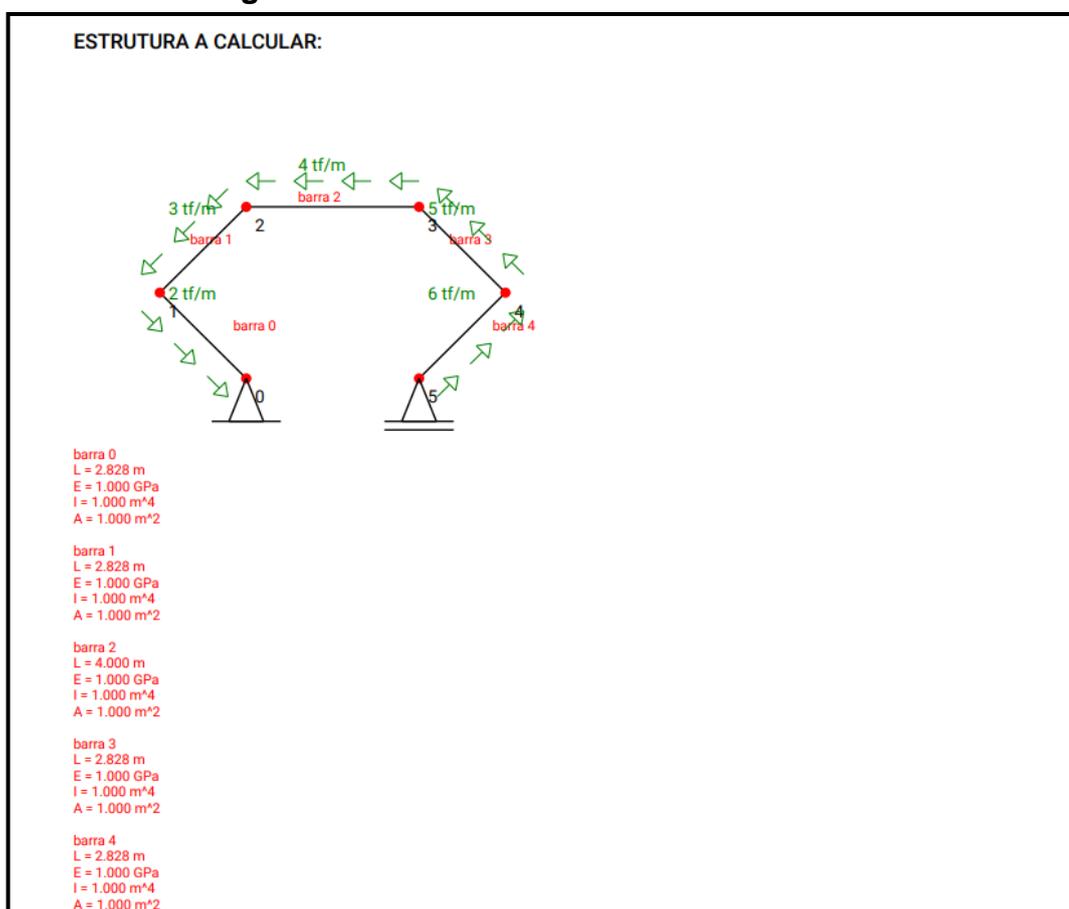
$$\text{Normal (N)} = (373.3) \cdot (0.000) + (40.00) \cdot (1.000) = 40.00 \text{ kN}$$

Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Os valores numéricos são coerentes com o Ftool (2017).

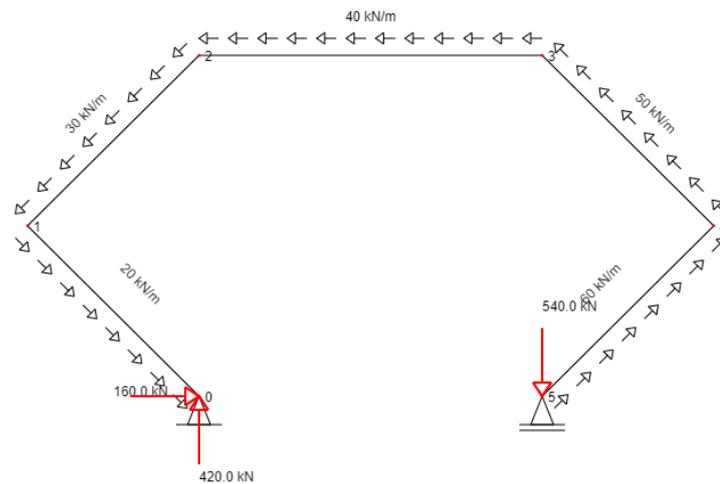
### 6.2.9 Exemplo 9 (Figura 60 a Figura 62):

**Figura 60 - Pórtico desenhado no IFESTRUT**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 61 - Resultados do IFESTRUT com os valores das reações nos apoios**



Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

**Figura 62 - Trecho final do relatório PDF gerado (apenas os resultados), considerando os esforços no ponto médio da barra 2, pelo lado do nó 2**

<p>• CÁLCULO DOS ESFORÇOS POR MEIO DO EQUILÍBRIO DE FORÇAS:</p> <p>-&gt;<math>\Sigma</math>MPONTO = 0 = M + 840.0 - 640.0 - 60.00 - 300.0  M = 160.0 kN*m  <math>\Sigma F_v = 0 = -V - 420.0 + 100.0</math>  V = -320.0 kN  <math>\Sigma F_h = 0 = H + 160.0 - 100.0</math>  H = -60.00 kN</p> <p>• TRANSFORMAÇÃO PARA EIXO LOCAL DA BARRA E SINAIS DE ESFORÇOS:</p> <p>Cortante (Q) = (-320.0)*(-1.000) + (-60.00)*(0.000) = 320.0 kN  Normal (N) = (-320.0)*(0.000) + (-60.00)*(1.000) = -60.00 kN</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: elaborado pelo autor por meio do IFESTRUT (2018).

Os valores numéricos são coerentes com o Ftool (2017).

## 7 CONCLUSÕES

A proposta inicial de criar um módulo de programa capaz de gerar relatório explicativo da análise estrutural de vigas e pórticos isostáticos não rotulados foi cumprida.

O número de estruturas diferentes possíveis de cálculo no programa é infinito e, neste trabalho, tentou-se mapear a maior variedade de estruturas, não tendo sido encontrado erros.

Para pesquisas futuras, tanto o IFESTRUT quanto o módulo criado para esse trabalho podem receber atualizações. Diversos outros módulos em diferentes assuntos relacionados à análise de estruturas podem ser acrescentados como, por exemplo, cálculo de linhas de influência, cálculo de esforços em estruturas hiperestáticas via Método das Forças, Método dos Deslocamentos e Método dos Elementos Finitos. Em relação ao módulo de cálculo de esforços, podem ser feitas atualizações tais como: consideração de rótulas nas estruturas, inserção de carga distribuída não-uniforme, vínculos inclinados e desenho dos diagramas dos esforços, partindo da plotagem de uma grande quantidade de pontos calculados.



## REFERÊNCIAS

- BEER, F.P. et al. **Mecânica dos Materiais**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.
- BOOTSTRAP**, versão 4.1.1. MIT: 2018. Disponível em < <https://getbootstrap.com/>>. Acesso em: 09 maio 2018.
- COSTA, T. F. **VIGA Online**. [S.I.]. Disponível em: <<http://viga.online/>>. Acesso em 08 maio 2018.
- FLANAGAN, D. **Javascript: o guia definitivo**. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.
- FTOOL**, versão 4,00,03. PUC-Rio: 2017. Disponível em < <https://www.ftool.com.br/Ftool/>>. Acesso em: 17 maio 2016.
- NIRSCHL, G. C. et al. **NEVE - Núcleo de Engenharia Virtual e Experimental**. Disponível em: < <http://vtp.ifsp.edu.br/nev/?>>. Acesso em 08 maio 2018.
- NOTEPAD++**, versão 7.5.6. [S.I.]: Don Ho, 2018.
- PDFMAKE**, versão 0.1.36. MIT: 2017. Disponível em <<http://pdfmake.org/#/>>. Acesso em: 25 ago. 2017.
- SANTOS JUNIOR, L. J.; LOPES, A. J. F.; NIRSCHL, G. C. **IFESTRUT**. Disponível em: <<http://vtp.ifsp.edu.br/nev/lfestrut/lfestrut.php?>>. Acesso em 08 maio 2018.
- SANTOS JUNIOR, L. J.; LOPES, A. J. F.; NIRSCHL, G. C. Programa base cad para a análise de estruturas lineares. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA DO IFSP; 7., 2016, Matão – SP. *Anais ...* Disponível em <<http://mto.ifsp.edu.br/images/CPI/Anais/IC/1720.pdf>>
- SILVA, M. S. **Criando sites com HTML: sites de alta qualidade com HTML e CSS**. 1. ed. São Paulo: Novatec, 2008.
- SORIANO, H. L. **Estática das Estruturas**. 4. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.
- SOUSA, R. F. M. **Canvas HTML5**. Rio de Janeiro: Brasport, 2014.
- TISSATO, R. M. **Relatórios fáceis com XML & XHTML/CSS**. 1. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2011.
- TQS**, versão 18. [S.I.]: TQS Informática, 2015.